

Corso di Intelligenza Artificiale
A.A. 2016/2017

Esercizi sui linguaggi logici e sugli algoritmi di inferenza

1. Rappresentare le seguenti proposizioni in logica dei predicati, definendo in modo chiaro il dominio del discorso, i predicati, le funzioni, e i simboli corrispondenti.
 - (a) Non tutti gli studenti seguono sia il corso di Storia che quello di Biologia. Il miglior voto in Storia era più alto del miglior voto in Biologia. Un solo studente non ha superato l'esame di Storia.
 - (b) I politici prendono sempre in giro qualche persona, e a volte prendono in giro tutti, ma non prendono sempre in giro tutti.

2. Rappresentare le seguenti proposizioni in logica dei predicati, sotto forma di clausole di Horn. Dimostrare quindi la proposizione "Charlie è un mammifero" segue logicamente da tali proposizioni, usando l'algoritmo di inferenza *backward chaining*.
 - (a) Cavalli, mucche e maiali sono mammiferi
 - (b) Il figlio di un cavallo è un cavallo
 - (c) Barbablu è un cavallo
 - (d) Barbablu è il padre di Charlie
 - (e) Figlio e padre sono relazioni inverse
 - (f) Ogni mammifero ha un padre

Soluzione

1. Una possibile soluzione:

- (a) Dominio: un insieme contenente studenti, corsi e voti. Simboli di costante: **Biologia** e **Storia** (indicano i corsi omonimi). Predicati e simboli corrispondenti: **Studente**(\cdot), **Supera**($\langle \text{studente} \rangle, \langle \text{corso} \rangle$), **Uguale**(\cdot, \cdot), **Maggiore**($\langle \text{voto}_1 \rangle, \langle \text{voto}_2 \rangle$) (significato: $\text{voto}_1 > \text{voto}_2$), **MaggioreUguale**($\langle \text{voto}_1 \rangle, \langle \text{voto}_2 \rangle$) ($\text{voto}_1 \geq \text{voto}_2$). Funzioni e simboli corrispondenti: **Voto**($\langle \text{studente} \rangle, \langle \text{corso} \rangle$) (indica il voto conseguito da un certo studente in un certo esame).

Non tutti gli studenti seguono sia il corso di Storia che quello di Biologia:
 $\neg (\forall x \text{ Studente}(x) \Rightarrow \text{Segue}(x, \text{Storia}) \wedge \text{Segue}(x, \text{Biologia}))$

Il miglior voto in Storia era più alto del miglior voto in Biologia (c'è qualche studente che ha conseguito un voto in Storia maggiore di tutti i voti conseguiti negli esami di Biologia, e maggiore o uguale a tutti i voti conseguiti negli esami di Storia):

$\exists y \text{ Studente}(y) \wedge (\forall x \text{ Studente}(x) \Rightarrow \text{Maggiore}(\text{Voto}(y, \text{Storia}), \text{Voto}(x, \text{Biologia}))) \wedge$
 $(\forall z \text{ Studente}(z) \Rightarrow \text{MaggioreUguale}(\text{Voto}(y, \text{Storia}), \text{VE}(z, \text{Storia})))$

Un solo studente non ha superato l'esame di Storia (assumendo che la frase si riferisca solo agli studenti che hanno sostenuto tale esame: c'è qualche studente che non ha superato l'esame di Storia, e qualsiasi studente che ha superato l'esame di storia è diverso dal primo):

$\exists x \text{ Studente}(x) \wedge \neg \text{Supera}(x, \text{Storia}) \wedge (\forall y \text{ Studente}(y) \wedge \text{Supera}(y, \text{Storia}) \Rightarrow \neg \text{Uguale}(x, y))$

- (b) Dominio: un insieme contenente persone, di cui alcuni sono politici, e istanti di tempo (il significato di “sempre” e “qualche volta” viene reso in riferimento a un insieme discreto di istanti di tempo). Predicati e simboli corrispondenti: **Persona**(\cdot), **Politico**(\cdot), **Istante**(\cdot), **PrendeInGiro**($\langle \text{soggetto} \rangle, \langle \text{oggetto} \rangle, \langle \text{istante} \rangle$).

Non è necessario usare simboli di costante né funzioni.

I politici prendono sempre in giro qualche persona (in altre parole: ogni politico in ogni istante prende in giro almeno una persona):

$\forall x, t \text{ Politico}(x) \wedge \text{Istante}(t) \Rightarrow (\exists y \text{ Persona}(y) \wedge \text{PrendeInGiro}(x, y, t))$

I politici a volte prendono in giro tutti (per ogni politico c'è un istante di tempo nel quale egli prende in giro tutti):

$\forall x \text{ Politico}(x) \Rightarrow (\exists t \text{ Istante}(t) \wedge (\forall y \text{ Persona}(y) \Rightarrow \text{PrendeInGiro}(x, y, t)))$

I politici non prendono sempre in giro tutti (non è vero che i politici prendano sempre in giro tutti):

$\neg (\forall x, y, t \text{ Politico}(x) \wedge \text{Persona}(y) \wedge \text{Istante}(t) \Rightarrow \text{PrendeInGiro}(x, y, t))$

2. Dominio: un insieme di animali che comprenda mucche, cavalli e maiali. Predicati e simboli corrispondenti: $Mammifero(\cdot)$, $Cavallo(\cdot)$, $Mucca(\cdot)$, $Maiale(\cdot)$, $Figlio(\langle chi \rangle, \langle dichi \rangle)$, $Padre(\langle chi \rangle, \langle dichi \rangle)$. Simboli costanti: *Barbablu*, *Charlie*. Non è necessario definire funzioni.

Le proposizioni possono essere rappresentate come segue:

- (a) $\forall x (Cavallo(x) \vee Mucca(x) \vee Maiale(x)) \Rightarrow Mammifero(x)$
 clausole di Horn equivalenti alla formula (a):
 (a1) $\forall x Cavallo(x) \Rightarrow Mammifero(x)$
 (a2) $\forall x Mucca(x) \Rightarrow Mammifero(x)$
 (a3) $\forall x Maiale(x) \Rightarrow Mammifero(x)$
- (b) $\forall x, y Cavallo(x) \wedge Figlio(y, x) \Rightarrow Cavallo(y)$
- (c) $Cavallo(Barbablu)$
- (d) $Padre(Barbablu, Charlie)$
- (e) $\forall x, y Figlio(x, y) \Leftrightarrow Padre(y, x)$
 clausole di Horn equivalenti alla formula (e):
 (e1) $\forall x, y Figlio(x, y) \Rightarrow Padre(y, x)$
 (e2) $\forall x, y Padre(x, y) \Rightarrow Figlio(y, x)$
- (f) $\forall x Mammifero(x) \Rightarrow \exists y Padre(y, x)$
 clausola di Horn equivalente alla formula (f):
 (f1) $\forall x Mammifero(x) \Rightarrow Padre(F(x), x)$
 ($F(\cdot, \cdot)$ è una nuova funzione)

La formula da dimostrare è $Mammifero(Charlie)$. La dimostrazione può essere rappresentata dal seguente grafo And-Or, nel quale i successori di uno stesso nodo i cui archi siano “legati” corrispondono ai predicati in And nell’antecedente di un’implicazione che abbia tale nodo come conseguente, mentre gli archi non “legati” corrispondono a formule distinte, delle quali almeno una deve essere dimostrata affinché la formula del nodo padre sia a sua volta dimostrata. Accanto a ogni arco è indicata la formula corrispondente, e la sostituzione applicata ad essa per unificarla con la formula del nodo padre; si noti che tale sostituzione viene applicata a tutti gli altri eventuali nodi “legati”, cioè a tutti gli antecedenti della stessa implicazione (questo è il caso della sostituzione $\{z/Barbablu\}$ applicata alla formula (c)). Il grafo deve essere letto in profondità, da sinistra a destra. I primi due successori a sinistra del nodo radice corrispondono a due tentativi di dimostrazione che falliscono.

