# Misure di grandezze elettriche fondamentali

## 1 - Tensione e corrente

**Il circuito elettrico**
La tensione e la corrente sono le grandezze elettriche più importanti. A queste va aggiunta la resistenza. Nella Fig.1.1 è rappresentato un circuito elettrico elementare formato da un generatore di tensione *U* chiuso su una resistenza di carico *R* e nel quale si stabilisce la corrente *I*.

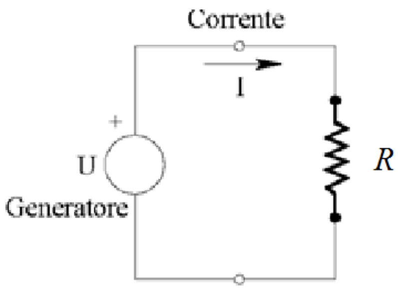


**Fig.1.1** - *Circuito elettrico elementare.*

La corrente elettrica è costituita da un flusso di cariche in un materiale in grado di portarle, tipicamente un conduttore. La corrente si può stabilire solo in un circuito chiuso.
La tensione, in generale, può essere vista sotto un duplice punto di vista:
1) come la forza attiva in grado di imprimere la circolazione di corrente in un circuito (punto di vista del generatore);
2) come la conseguenza della circolazione della corrente in una resistenza (punto di vista del carico), ossia forza che resiste e che deve essere vinta.

Quanto detto è sinteticamente espresso dalla legge di Ohm:

$$U = RI \qquad (1.1)$$

Il generatore *U* in Fig.1.1 ha uno dei due terminali contrassegnato da un segno "+".
Questo fatto indica che la corrente naturale *I* esce da quel morsetto e rientra dall'altro.
Il generatore ha il morsetto contrassegnato dal segno "+" ad un potenziale maggiore dell'altro.
In modo coerente diremo, per il carico *R*, che il morsetto dal quale entra la corrente *I* ha un potenziale maggiore dell'altro.
I circuiti elettrici possono essere ben più complessi di quello elementare di Fig.1.1 e contenere molti generatori e molte resistenze: si veda per esempio la Fig.1.2, dove è rappresentato un circuito con una maglia, quattro nodi e quattro rami.

- Un nodo è un punto in cui confluiscono più rami (sono nodi i punti A, B, C e D).
- Un ramo è un percorso compreso fra due nodi (sono rami i tratti AB, BC, CD e DA).

- Una maglia è un percorso chiuso contenente più rami (ABCD).

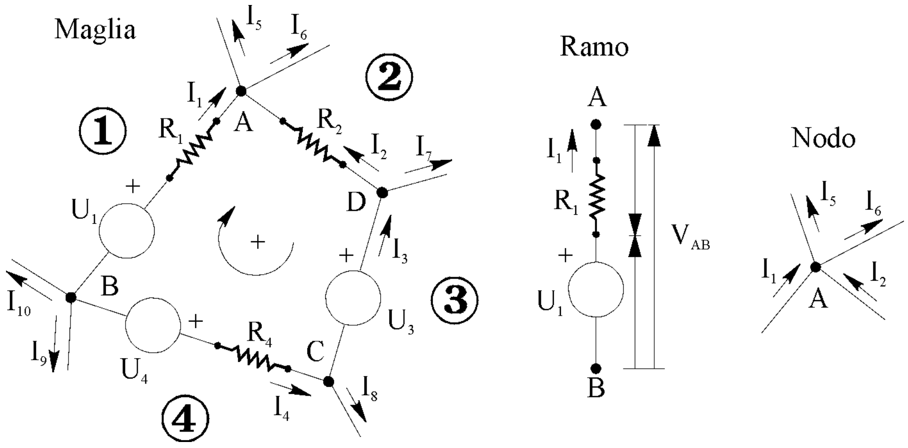


**Fig.1.2** - *Rete elettrica generica con nodi e rami.*

I nodi (A, B, C e D) rappresentati in Fig.1.2 accolgono (per maggiore generalità) anche altri rami che compaiono nella figura solo con le loro terminazioni convergenti nel nodo.
Per esempio sul nodo A convergono i rami 1 e 2 della maglia, che portano rispettivamente le correnti $I_1$ ed $I_2$, ma vi giungono anche altri rami esterni, non appartenenti alla maglia: quelli interessati dalle correnti $I_5$ e $I_6$.
I rami (AB, BC, CD e DA) contengono in generale generatori e resistenze.
Per esempio, il ramo AB contiene il generatore $U_1$ e la resistenza $R_1$ ed è attraversato dalla corrente $I_1$. Scriveremo la tensione $V_{AB}$ per indicare la differenza di potenziale fra i punti A e B, ritenendo che il punto A sia a potenziale maggiore dell'altro estremo B. Questo fatto viene graficamente rappresentato con una freccia che ha la punta in A e la coda in B:

$$V_{AB} = V_A - V_B = U_1 - R_1 I_1 \qquad (1.2)$$

Infatti il generatore $U_1$ ha una polarità che concorda con la convenzione che $V_{AB}>0$, mentre la caduta di tensione $R_1I_1$ sulla resistenza $R_1$ è opposta alla convenzione che $V_{AB}>0$.
Ciò rende conto dei segni nell'espressione di $V_{AB}$.

**Leggi di Kirchoff**
Per l'analisi di un circuito elettrico, in generale, si impiegano le leggi di Kirchoff.
Esaminiamo un semplice caso, con riferimento allo schema di Fig.1.2, dove compaiono nodi, rami e maglie.

- 1ª legge di Kirchoff - *Analisi dei nodi.*

Per l'analisi di un nodo, si assumano (per esempio) positive le correnti entranti nel nodo e negative le correnti uscenti.
Per ciascun nodo deve risultare nulla la somma delle correnti entranti e uscenti.
Quindi al nodo A di Fig.1.2 si ha:

$$I_1 + I_2 - I_5 - I_6 = 0 \qquad (1.3)$$

Per il generico nodo *n* deve risultare:

$$\sum_{k,n} I_{k,n} = 0 \qquad (1.4)$$

dove $I_{k,n}$ è la generica corrente del ramo *k* che entra o esce da quel nodo *n*.

- 2[a] legge di Kirchoff - *Analisi delle maglie*.

Si consideri ora la maglia (ABCD) di Fig.1.2 e si scelga arbitrariamente un verso di percorrenza, per esempio il verso orario.
Si assumono positive le differenze di potenziale $V_{jk}$ che risultano coerenti con il verso positivo assunto nel percorrere la maglia.
La somma delle tensioni che si incontrano, percorrendo la maglia chiusa, deve risultare nulla:

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DA} = V_{AA} = V_A - V_A = 0 \qquad (1.5)$$

Per le condizioni effettive rappresentate in Fig.1.2, si ha:

$$[U_1 - R_1 I_1] + [-U_4 + R_4 I_4] + [-U_3] + [R_2 I_2] = 0 \qquad (1.6)$$

Per una maglia generica risulta:

$$\sum_{jk} V_{jk} = 0 \qquad (1.7)$$

Le equazioni che abbiamo dedotto, applicate sistematicamente, costituiscono la base per la soluzione dei circuiti elettrici a regime.

**Circuiti equivalenti**
Una rete elettrica comunque complessa, di tipo lineare, può essere ricondotta a opportuni circuiti equivalenti.
Il più noto e diffusamente impiegato è forse il circuito equivalente di Thevenin (Fig.1.3).

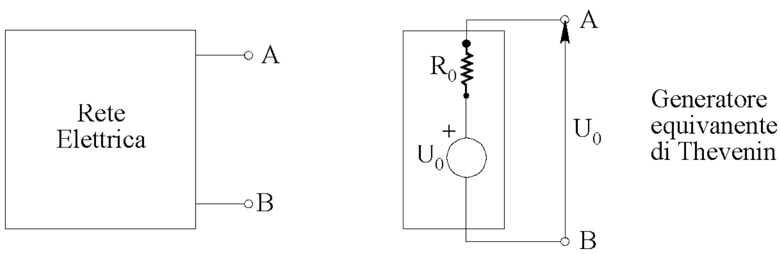


**Fig.1.3** - *Circuito equivalente di Thevenin.*

Il circuito equivalente di Thevenin rappresenta una rete elettrica qualsiasi, vista da due suoi morsetti A e B, per mezzo di un bipolo formato da un generatore equivalente di tensione $U_0$ con una resistenza in serie $R_0$.
La tensione $U_0$ è quella che si misurerebbe fra i punti A e B a vuoto con uno strumento ideale.
La resistenza $R_0$ è quella che si vedrebbe fra i punti A e B della rete, dopo aver reso nulla la tensione di tutti i generatori che si trovano entro la rete stessa.

## 2 - Effetto dell'inserzione di uno strumento

**Inserzione del voltmetro**

La misura della tensione presente fra due punti A e B di una rete elettrica si effettua tramite un voltmetro, applicando i suoi puntali su A e su B (vedi Fig.2.1).
Per rendersi conto di ciò che accade all'inserzione di un voltmetro, si consideri il bipolo equivalente di Thevenin della rete elettrica sotto misura.
Indichiamo con $U_0$ il valore della tensione che vorremmo misurare, mentre $R_0$ è la resistenza propria del generatore equivalente.
Quando il voltmetro viene collegato, si forma un circuito dove può circolare la corrente $I_v$.
La corrente $I_v = U_0/(R_0+R_v)$, assorbita con l'inserzione di un voltmetro, costituisce un'azione di disturbo per il circuito sotto misura (effetto di carico strumentale).

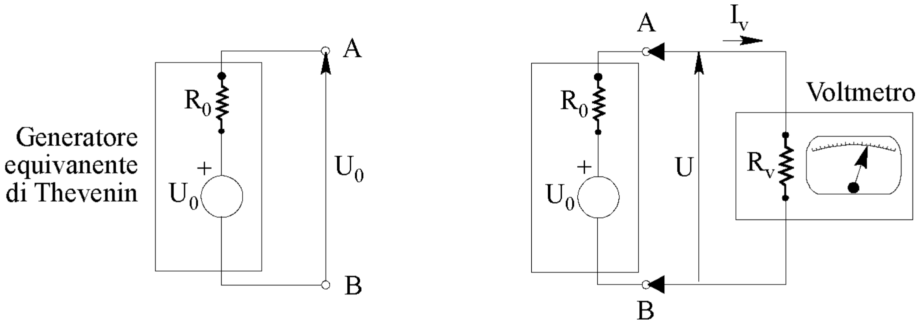


**Fig.2.1** - *Inserzione di un voltmetro.*

Affinché la corrente $I_v$ richiesta dallo strumento risulti trascurabile, la resistenza interna $R_v$ del voltmetro deve essere molto maggiore di $R_0$. Infatti, per effetto dell'inserzione, la tensione $U$ effettivamente misurata dal voltmetro risulta:

$$U = I_v R_v = U_0 \frac{R_v}{R_0 + R_v} \qquad (2.1)$$

L'errore relativo $\varepsilon_U$ rispetto al valore $U_0$ a vuoto è quindi:

$$\varepsilon_U = \frac{\Delta U}{U_0} = \frac{U - U_0}{U_0} = \frac{R_v}{R_0 + R_v} - 1 \qquad (2.2)$$

Si consideri, per esempio, un generatore equivalente con tensione a vuoto $U_0$ = 150 V e resistenza interna $R_0$ = 80 kΩ e si voglia misurare tale tensione con un voltmetro di resistenza interna $R_v$ di 3 MΩ.
Il valore di tensione realmente misurato è $U$ = 150(3000/3080) = 146,104 V.
L'errore assoluto $\Delta U$ dovuto all'inserzione è ($U$-$U_0$) = (146,104-150) = -3,896 V.
L'errore relativo $\varepsilon_U$ risulta: -3,896/150 = - 0,026 (equivalente a -2,60 %).

**Inserzione dell'amperometro**

La misura della corrente presente in un ramo di una rete elettrica si effettua tramite un amperometro, connettendolo in serie sul circuito (vedi Fig.2.2).
Per analizzare l'inserzione, si consideri il carico $R_c$ di Fig.2.2 attraversato dalla corrente costante $I_c$ e quindi alimentato dalla tensione $U_c = R_c\, I_c$.

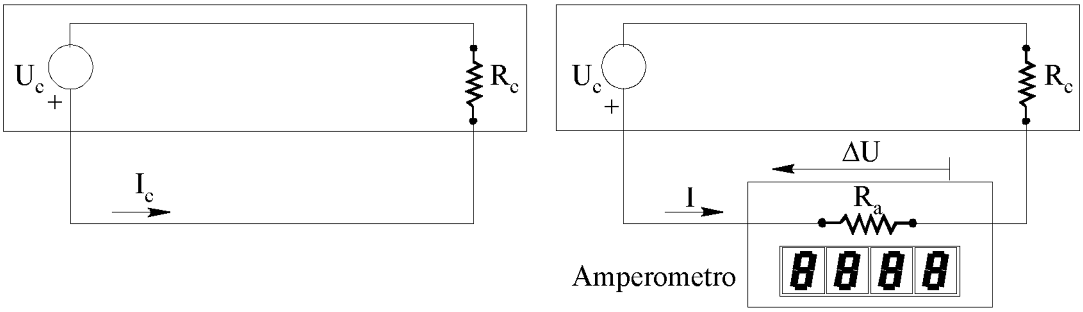


**Fig.2.2** - *Inserzione di un amperometro.*

L'inserzione dell'amperometro con la sua resistenza interna $R_a$ causa una modificazione del circuito, provocando la caduta di tensione $\Delta U$ e determinando la circolazione di una corrente $I$ diversa da quella precedente $I_c$. La nuova corrente risulta:

$$I = \frac{U_c}{R_c + R_a} = I_c \frac{R_c}{R_c + R_a} \tag{2.3}$$

L'errore relativo $\varepsilon_I$ rispetto al valore $I_c$ preesistente è quindi:

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta I}{I_c} = \frac{I - I_c}{I_c} = \frac{R_c}{R_c + R_a} - 1 \tag{2.4}$$

che risulta formalmente simile alla relazione trovata per un voltmetro.
Affinché lo strumento non disturbi apprezzabilmente il circuito deve risultare $R_a$ molto minore di $R_c$.
Si supponga, per esempio, un valore della resistenza di carico $R_c$ = 2 Ω e un valore della corrente $I_c$ = 10 A. Il generatore di alimentazione ha pertanto il valore $U_c$ = 10x2 = 20 V.
Si impieghi per la misura di tale corrente un amperometro con resistenza interna $R_a$ = 0,1 Ω.
Il valore della corrente realmente misurata dallo strumento risulta $I$ = 20/2,1 = 9,524 A.
L'errore assoluto $\Delta I$ dovuto all'inserzione è ($I$-$I_c$) = (9,524-10) = -0,476 A.
L'errore relativo $\varepsilon_I$ risulta: -0,476/10 = -0,0476 (equivalente a -4,76 %).

**Nota**
Gli errori così determinati, per l'inserzione di un voltmetro e di un amperometro, non sono imputabili a carenze degli strumenti ma dipendono dalle oggettive condizioni di misura e dalla perturbazione introdotta dagli strumenti nel circuito sotto esame.
Questi errori, che sono di tipo sistematico in quanto si manifestano sempre con lo stesso valore e lo stesso segno, possono essere corretti se sono noti i parametri circuitali. La conoscenza esatta di tali parametri risulta però difficile, quando non impossibile. In ogni caso, a causa della tolleranza con cui i valori delle resistenze potrebbero essere noti, l'eventuale compensazione non potrebbe mai essere perfetta e lascerebbe sempre un margine d'errore, di tipo aleatorio, sul risultato della misura.
In pratica, ci si mette normalmente nelle condizioni in cui tali errori risultino trascurabili rispetto alle altre cause di incertezza.
Gli esempi trattati (con i risultati piuttosto scoraggianti) sono dei casi limite che risulta abbastanza agevole evitare nella pratica.

Più realisticamente, per l'esempio con il voltmetro, si potrebbero assumere i seguenti valori:

- Generatore equivalente con tensione a vuoto $U_0$ = 150 V e resistenza interna $R_0$ = 100 Ω.
- Voltmetro con resistenza interna $R_v$ di 100 MΩ.
- Il valore di tensione realmente misurato sarebbe stato:
  $U = U_0 \cdot [R_v/(R_v + R_0)]$ = 150(100 000 000/100 000 100) = 149,999 850 V.

L'errore assoluto è: $\Delta U = U - U_0$ = (149,999 850-150) = -1,5 $10^{-4}$ V = 150 μV.
L'errore relativo è: $\varepsilon_U = \Delta U/U_0$ = -1,5 $10^{-4}$/150 = -1 $10^{-6}$, che corrisponde a -1 ppm!
Analogamente, per l'esempio dell'amperometro, supponiamo che le condizioni prima dell'inserzione siano le seguenti:

- Corrente $I_c$ = 10 A e resistenza del circuito $R_c$ = 22 Ω (generatore $U_c$ = 10·22 = 220 V).
- Amperometro con resistenza interna $R_a$ = 0,1 Ω.
- Il valore della corrente realmente misurato sarebbe stato:
  $I = U_c/(R_c + R_a)$ = 220/22,1 = 9,955 A.

L'errore assoluto è: $\Delta I = I - I_c$ = (9,955 - 10) = -0,045 A.
L'errore relativo è: $\varepsilon_I = \Delta I/I_c$ = -0,045/10 = -4,5 $10^{-3}$, che corrisponde a -0,45 %.

## 3 - Potenza e valore efficace

**Regimi nel tempo**
Le tensioni e le correnti che interessano i circuiti elettrici possono essere costanti nel tempo (come nel caso dei circuiti illustrati nei paragrafi precedenti), ma più tipicamente sono variabili, talvolta in modo alternativo sinusoidale.
Nel primo caso si parla di regime DC (*Direct Current*), nel secondo caso si parla di regime AC (*Alternating Current*).
In Fig.3.1 sono rappresentati gli andamenti delle tensioni e delle correnti nei due casi di regime continuo (DC) e di regime sinusoidale (AC), nell'ipotesi in cui il carico sia in entrambe le situazioni costituito da una semplice resistenza *R*.

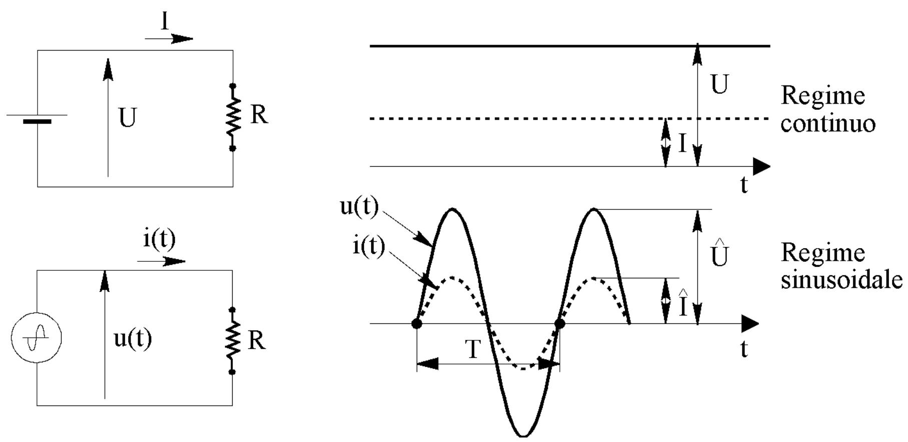


**Fig.3.1** - *Regimi temporali: continuo e sinusoidale.*

La tensione e la corrente sul carico resistivo *R* sono quindi legate dalla relazione: $u(t) = Ri(t)$.
In regime sinusoidale, la tensione e la corrente sul carico resistivo *R* hanno le seguenti espressioni:

$$u(t) = \hat{U}\sin\omega t \qquad \text{e} \qquad i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{\hat{U}}{R}\sin\omega t = \hat{I}\sin\omega t \tag{3.1}$$

dove $\hat{U}$ ed $\hat{I} = \hat{U}/R$ sono i valori di cresta delle due forme d'onda.
Le onde di tensione e corrente sono periodiche, cioè si ripetono nel tempo assumendo sempre la stessa forma, con periodo di ripetizione pari a $T$ (in secondi).
L'inverso del periodo di ripetizione è la frequenza $f = 1/T$ (in hertz).
Dalla frequenza $f$ si valuta la pulsazione $\omega = 2\pi f$ (in radianti/secondo), che viene normalmente utilizzata con le funzioni trigonometriche.

**La potenza**
La potenza elettrica istantanea è definita come il prodotto della tensione per la corrente:

$$p(t) = u(t)\cdot i(t) \tag{3.2}$$

Per il regime continuo la potenza sulla resistenza $R$ è costante nel tempo:

$$P = U\cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2 \tag{3.3}$$

Nel caso di grandezze variabili nel tempo, nella maggior parte dei casi pratici più che studiare le fluttuazioni temporali della potenza $p(t)$ presenta interesse stabilire quale potenza il carico $R$ assorba in media nel tempo. È infatti la potenza media (o *attiva*) $P$ che produce effetti termici sulla resistenza $R$. Per un regime periodico con andamento qualsiasi il valore medio $P$ della potenza si calcola, per definizione, in un periodo $T$ ed è pari a:

$$P = \frac{1}{T}\int_T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_T u(t)i(t)\,dt \tag{3.4}$$

Può essere utile analizzare, a titolo di esempio, il caso specifico del regime sinusoidale, che assume una particolare rilevanza teorica. La potenza istantanea sulla resistenza $R$ risulta:

$$p(t) = \hat{U}\sin\omega t\cdot\hat{I}\sin\omega t = \hat{U}\hat{I}\sin^2\omega t = \hat{U}\hat{I}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2\omega t\right] \tag{3.5}$$

La potenza istantanea $p(t)$ risulta pertanto costituita, come si vede in Fig.3.2, da un valore medio $P$ e da una componente oscillante con pulsazione $2\omega$.

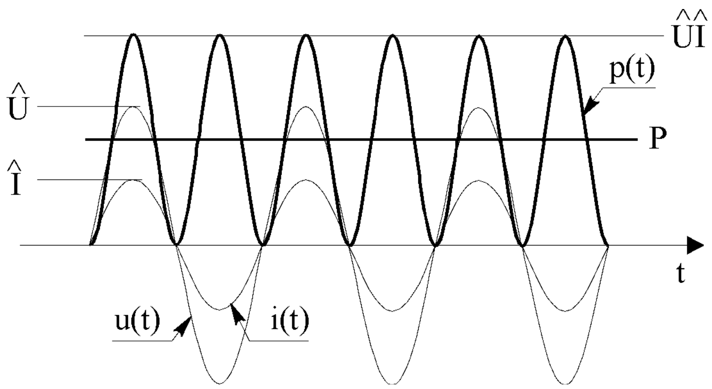


**Fig.3.2** - *Andamento della potenza in regime sinusoidale su una resistenza.*

In regime sinusoidale il valore medio $P$ della potenza dissipata sulla resistenza $R$ è pari a:

$$P = \frac{1}{T}\int_T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_T \hat{U}\hat{I}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\omega t\right]dt = \frac{1}{2}\hat{U}\hat{I} \qquad (3.6)$$

Si noti che il termine cosinusoidale presenta valor medio nullo nel periodo *T*.

**Il valore efficace**

La potenza media dissipata in una resistenza si presta ad una interessante interpretazione. Riscriviamo infatti la potenza media *P* nelle forme seguenti:

$$P = \frac{1}{T}\int_T u(t)\cdot i(t)\,dt = \begin{cases} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_T \frac{u^2(t)}{R}\,dt = \dfrac{U^2}{R} \\ = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_T R\,i^2(t)\,dt = RI^2 \end{cases} \qquad (3.7)$$

si osserva che la potenza media *P* assorbita dalla resistenza *R*, in regime periodico qualsiasi, coincide con quella che la stessa resistenza *R* assorbirebbe se fosse:

- alimentata dalla tensione continua: $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T u^2(t)\,dt}$ (3.8)
- attraversata dalla corrente continua: $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T i^2(t)\,dt}$ (3.9)

Le grandezze elettriche *U* ed *I*, appena definite, costituiscono i *valori efficaci* (RMS = *Root Mean Square*) della tensione e della corrente periodiche *u*(*t*) e *i*(*t*).
Nel caso particolare di regime sinusoidale le espressioni (3.7) diventano:

$$P = \frac{1}{T}\int_T u(t)\cdot i(t)\,dt =$$

$$\begin{cases} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_T \frac{u^2(t)}{R}\,dt = \dfrac{1}{T}\int_T \frac{\hat{U}^2}{R}\sin^2\omega t\,dt = \dfrac{1}{2}\dfrac{\hat{U}^2}{R} = \left(\dfrac{\hat{U}}{\sqrt{2}}\right)^2\dfrac{1}{R} = \dfrac{U^2}{R} \\ = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_T R\,i^2(t)\,dt = \dfrac{1}{T}\int_T R\hat{I}^2\sin^2\omega t\,dt = \dfrac{1}{2}R\hat{I}^2 = R\left(\dfrac{\hat{I}}{\sqrt{2}}\right)^2 = RI^2 \end{cases} \qquad (3.10)$$

Si ottengono quindi le ben note espressioni del valore efficace di tensione e corrente, valide **solo** nel caso di grandezze sinusoidali:

$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \ \text{ e } \ I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \qquad (3.11)$$

Il valore efficace di un segnale elettrico qualsiasi, sia di tensione che di corrente, rappresenta il parametro che meglio lo caratterizza e lo riassume dal punto di vista energetico.
Quando diciamo, per esempio, che la tensione della rete di distribuzione pubblica è di 230 V stiamo implicitamente intendendo che questo sia il suo valore efficace.

**Potenza in regime sinusoidale con carico non puramente resistivo**

Si consideri un carico lineare monofase, alimentato da una tensione sinusoidale *u*(*t*):

$$u(t) = \hat{U}\sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t \qquad (3.12)$$

dove $\hat{U}$ è il valore di cresta, *U* è il valore efficace e $\omega$ è la pulsazione.

Se il carico non è puramente resistivo, ma comprende anche elementi reattivi (capacità o induttanze), la corrente assorbita $i(t)$ è ancora sinusoidale, con la stessa pulsazione $\omega$, ma risulta sfasata rispetto alla tensione di alimentazione $u(t)$ di un angolo che indichiamo con $\varphi$:

$$i(t) = \hat{I}\sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi) \tag{3.13}$$

Nella (3.13) sono stati indicati ancora con $\hat{I}$ ed $I$ rispettivamente i valori di cresta ed efficace della corrente $i(t)$.
Il valore della potenza media può essere espresso in funzione dello sfasamento $\varphi$:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_T u(t)i(t)dt = \frac{1}{T}\int_T \left[\hat{U}\sin\omega t \cdot \hat{I}\sin(\omega t - \varphi)\right]dt = \\ &= \frac{1}{T}\int_T \hat{U}\hat{I}\,\frac{1}{2}\left\{\cos\left[\omega t - (\omega t - \varphi)\right] - \cos\left[\omega t + (\omega t - \varphi)\right]\right\}dt = UI\cos\varphi \end{aligned} \tag{3.14}$$

## 4 - Misure di potenza

**Wattmetri**
Per la misura della potenza attiva in un circuito elettrico si impiegano i wattmetri. Da un punto di vista costruttivo esistono tipologie di wattmetri molto diverse tra loro. In passato venivano impiegati gli strumenti di tipo elettrodinamico. Gli strumenti impiegati oggi sono essenzialmente di tipo elettronico.
In generale, se i valori della tensione $u(t)$ o della corrente $i(t)$ sono troppo elevati per l'applicazione diretta allo strumento, si impiegano opportuni trasduttori di interfaccia che riducono la tensione e la corrente (VT = *Voltage Transducer* e CT = *Current Transducer*). Le uscite di questi sono applicate agli ingressi del wattmetro.
I wattmetri elettronici analogici si basano in sostanza su circuiti moltiplicatori che fanno il prodotto della tensione $u(t)$ e della corrente $i(t)$ e ne effettuano una opportuna media, tramite un filtro passa-basso (LPF, *low pass filter*), implementando la definizione di potenza attiva (vedi Fig.4.1).

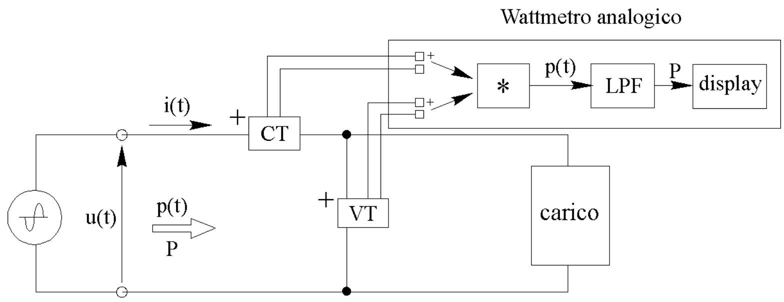


**Fig.4.1** - *Schema per un wattmetro analogico.*

I wattmetri elettronici digitali si basano invece sulla elaborazione di segnali campionati, tramite circuiti di *digital signal processing* dedicati, oppure tramite sistemi di acquisizione dati gestiti da PC (vedi Fig.4.2). Questi strumenti implementano in forma discreta l'algoritmo della potenza sui campioni di tensione $u_h$ e di corrente $i_h$. Detto $N_p$ il numero di campioni di ciascun segnale nel periodo $T$, la potenza risulta:

$$P = \frac{1}{N_p}\sum_{h=1}^{N_p} u_h \cdot i_h \qquad (4.1)$$

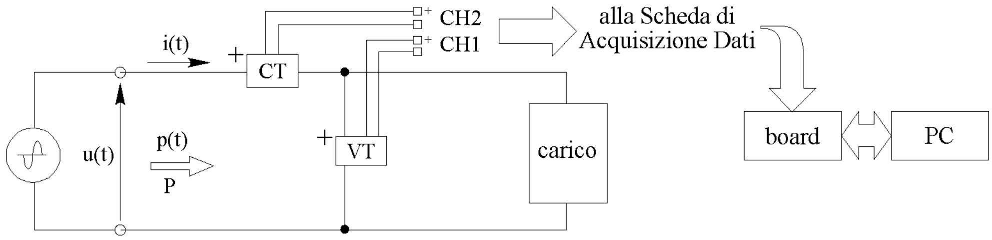


**Fig.4.2** - *Schema per un wattmetro digitale.*

**L'inserzione dei wattmetri**

A prescindere dal principio di funzionamento utilizzato, il collegamento di un wattmetro su una linea monofase può essere realizzato secondo gli schemi riportati nella Fig.4.3.

Nella stessa Fig.4.3 sono disegnati anche i diagrammi fasoriali per un funzionamento in regime sinusoidale (le considerazione che verranno nel seguito fatte per i regimi sinusoidali valgono concettualmente per regimi comunque variabili nel tempo; in questi casi, però, la trattazione non potrebbe essere affrontata mediante l'impiego dei diagrammi fasoriali, risultando pertanto di comprensione meno immediata).

Negli schemi si nota che il wattmetro W presenta due coppie di morsetti:

- $v_1$ e $v_2$, facenti capo al circuito voltmetrico, derivato fra i conduttori di linea,
- $i_1$ e $i_2$, facenti capo al circuito amperometrico, attraversato dalla corrente di linea.

Siano $\boldsymbol{U}$ ed $\boldsymbol{I}$ i fasori rappresentativi della tensione e della corrente effettive sul carico.

Con riferimento alla connessione mostrata in Fig. 4.3A, il circuito voltmetrico (morsetti $v_1$ e $v_2$), che ha una resistenza propria $R_v$ di valore elevato, è sottoposto alla tensione effettiva sul carico $\boldsymbol{U}$ e deriva dalla linea la piccola corrente $\boldsymbol{I_v} = \boldsymbol{U}/R_v$.

Pertanto si introduce un'approssimazione nel misurare la potenza attiva $P$ consegnata al carico, dovuta al fatto che la corrente effettiva $\boldsymbol{I}$ sul carico non coincide esattamente con la corrente $\boldsymbol{I_a}$ sentita dal circuito amperometrico dello strumento.

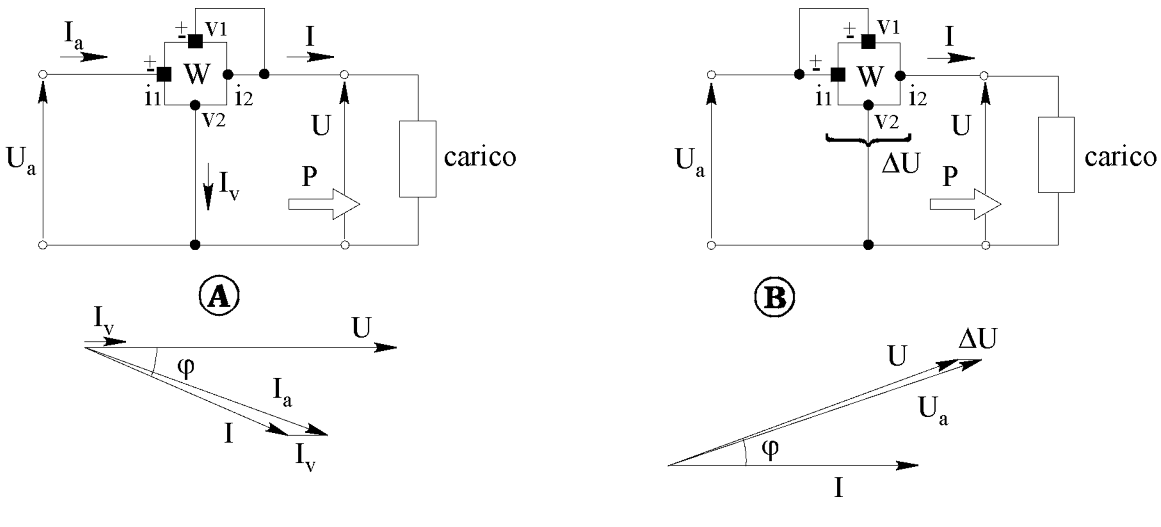


**Fig.4.3** - *Possibili connessioni per un wattmetro.*

Si potrebbe rimediare a questo fatto spostando la connessione voltmetrica a monte, come nello schema di Fig.4.3B. In tal caso la corrente che attraversa il circuito amperometrico coincide con la corrente $\boldsymbol{I}$ che fluisce sul carico, ma la tensione $\boldsymbol{U_a}$ misurata dallo strumento differisce da quella sul carico $\boldsymbol{U}$ della caduta di tensione $\Delta\boldsymbol{U}$ ai capi del circuito amperometrico.
Questo circuito ha solitamente una resistenza propria $R_a$ bassa e pertanto la caduta $\Delta\boldsymbol{U} = R_a\boldsymbol{I}$ risulta normalmente piccola.
In entrambi i casi esaminati si commettono delle approssimazioni nella misura della potenza attiva $P$. La prima connessione è tuttavia preferibile quando si hanno carichi con bassa tensione ed elevata corrente (la corrente $\boldsymbol{I_v}$ risulta trascurabile rispetto alla corrente $\boldsymbol{I}$). La seconda connessione risulta invece preferibile quando si hanno carichi con bassa corrente ed elevata tensione (la tensione $\Delta\boldsymbol{U}$ risulta trascurabile rispetto alla tensione $\boldsymbol{U}$).
I termini "alto" e "basso" hanno solo un significato qualitativo: l'obbiettivo deve essere quello di minimizzare (in senso relativo) l'inevitabile perturbazione introdotta dello strumento sul circuito sotto misura. Nella pratica i wattmetri elettronici rendono particolarmente piccoli tali effetti di carico strumentale.

**L'errore di fase**

La misura di potenza attiva può presentare errori significativi in presenza di un basso valore del fattore di potenza sul carico, ossia di un elevato sfasamento tra la tensione e la corrente. Infatti, se indichiamo con φ l'angolo di fase sul carico e con ε l'errore con cui tale angolo viene percepito dallo strumento, l'errore assoluto commesso nella determinazione della potenza media risulta:

$$\begin{aligned}\delta P &= UI\cos(\varphi-\varepsilon) - UI\cos\varphi = UI\left[\cos\varphi\cdot\cos\varepsilon + \sin\varphi\cdot\sin\varepsilon - \cos\varphi\right] = \\ &= UI\left[\cos\varphi\,(\cos\varepsilon - 1) + \sin\varphi\cdot\sin\varepsilon\right] \cong UI\,\varepsilon\sin\varphi \quad (\text{se} \quad \varepsilon << \frac{\pi}{2})\end{aligned} \tag{4.2}$$

L'errore relativo risulta invece:

$$\frac{\delta P}{P} \cong \varepsilon\frac{UI\sin\varphi}{UI\cos\varphi} = \varepsilon\, tg\varphi \tag{4.3}$$

Si osserva che, anche per piccoli errori ε sulla fase φ, l'errore relativo sulla potenza attiva $P$ può risultare consistente quando la fase φ assume valori elevati.