

# Analisi dei Sistemi

Compito del 22 Giugno 2004

**Esercizio 1 (7 punti).** Il modello ingresso-uscita di un sistema lineare, stazionario e a parametri concentrati è caratterizzato da un polinomio caratteristico che vale

$$P(s) = (s + 1)(s + 2)^2.$$

Si ricordi la definizione delle seguenti evoluzioni:

- (a) evoluzione libera;
- (b) risposta indiciale;
- (c) evoluzione forzata per un ingresso della forma  $e^{-t} \delta_{-1}(t)$ .

e si indichi che forma assumono tali evoluzioni per il sistema dato.

*Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate.*

**Esercizio 2 (16 punti).** È dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 8\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 25\frac{d}{dt}y(t) + 26y(t) = 39\frac{d}{dt}u(t) + 26u(t) \quad (1)$$

dove si può verificare che una delle radici del polinomio caratteristico del sistema vale  $p_1 = -2$ .

- (a) (4 punti) Si determini una rappresentazione in termini di variabili di stato per tale sistema, dandone anche una rappresentazione grafica.
- (b) (3 punti) Si calcoli la funzione di trasferimento di tale sistema e la si ponga in forma di Bode, indicandone tutti i parametri significativi.
- (c) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (d) (3 punti) Si discuta se per tale funzione ha senso parlare di banda passante e di risonanza. In caso affermativo si determinino i parametri corrispondenti (banda passante a 20db; pulsazione, modulo e sfasamento alla risonanza).

**Esercizio 3 (9 punti).** È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine  $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$  che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.
2. (5 punti) Si calcoli, per il sistema diagonale, l'evoluzione forzata dell'uscita  $y_f(t)$  e l'evoluzione forzata dello stato  $\vec{z}_f(t)$  conseguenti all'applicazione di un ingresso  $u(t) = 3e^{-4t}\delta_{-1}(t)$ .  
Quanto valgono le corrispondenti evoluzioni per il sistema originario?