

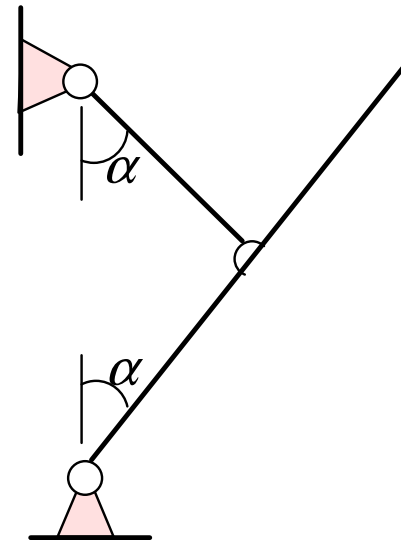
Analisi cinematica delle Strutture

Travi e aste

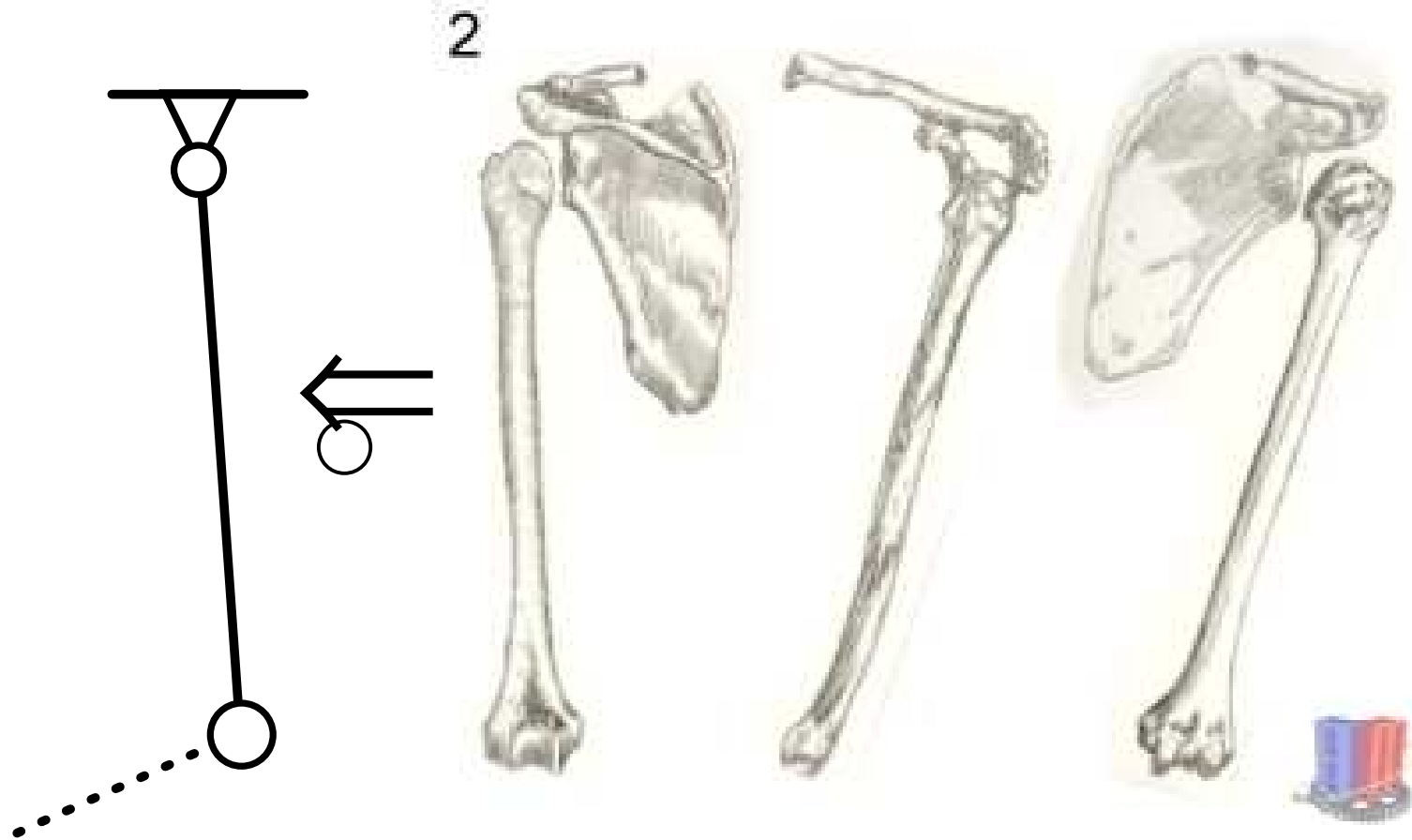
- La Meccanica dei solidi prende in esame preliminarmente le travi, corpi solidi rigidi aventi una dimensione, la lunghezza, molto più grande delle altre, larghezza e altezza.
- La trave può essere rappresentata dall'asse che unisce i baricentri di tutte le sezioni.
- Si considerano travi con asse rettilineo o debolmente curvilineo.
- Si suppone che le deformazioni dovute alle forze siano piccole, in modo da poterle trascurare e poter considerare la trave un corpo rigido.
- Noi consideriamo inizialmente in questo corso le travi ad asse rettilineo a sezione costante, rigide, che chiamiamo **ASTE**.

Strutture

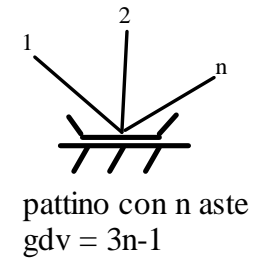
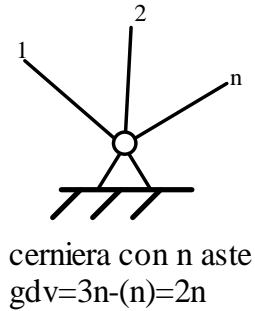
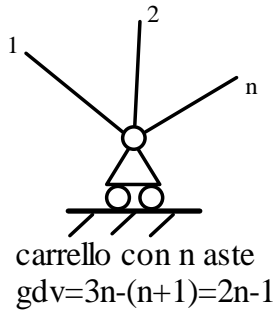
- Più aste separate da vincoli e collegate a terra da altri vincoli costituiscono una struttura.
- Il numero di gradi di libertà di una struttura piana è $nx3$ se n è il numero di aste.
- Per il bilancio del grado di vincolo complessivo bisogna prima analizzare i vincoli a terra e poi i vincoli interni



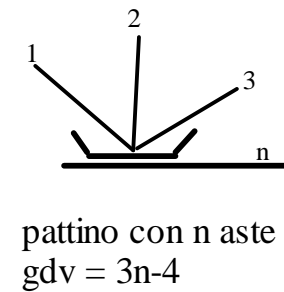
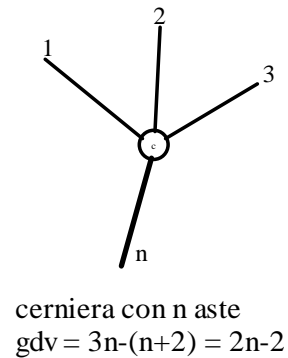
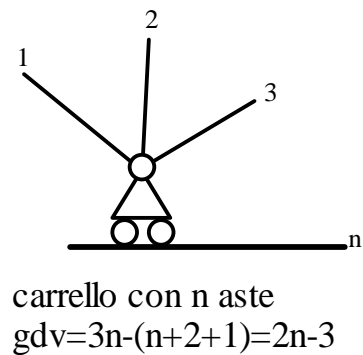
Caso dell'omero



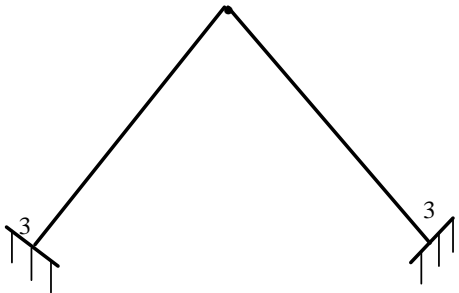
Vincoli a terra con più aste



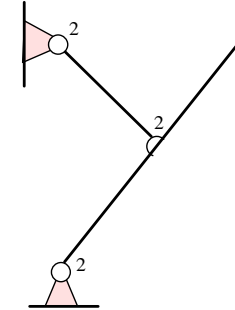
VINCOLI INTERNI



Gradi di libertà e di vincolo di strutture

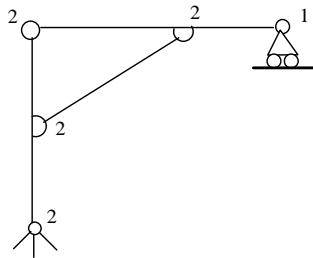


1 asta
 $gdl = 3$
 $gdv = 3+3 = 6$
 ipervincolata

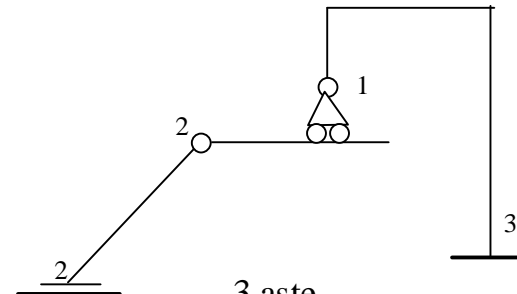


2 aste
 $gdl = 2 \times 3 = 6$
 $gdv = 2+2+2 = 6$
 isovincolata

N,B, 2 aste unite da un icastro possono considerarsi una sola asta ai fini del bilancio dei vincoli

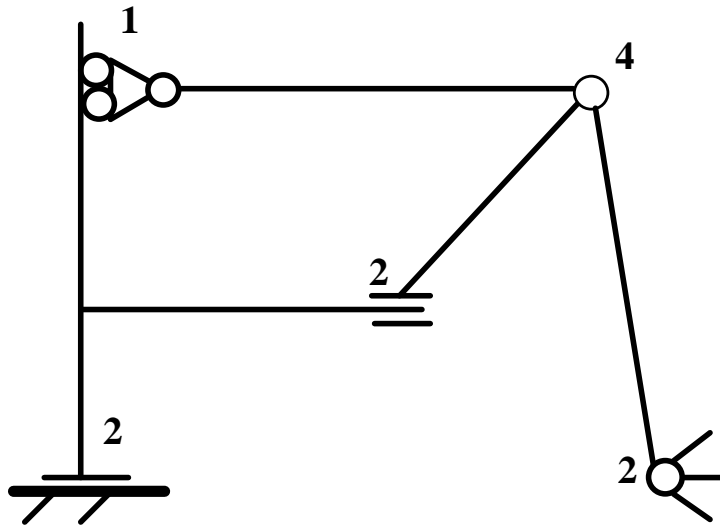


3 aste
 $gdl = 3 \times 3 = 9$
 $gdv = 9$
 isovincolata



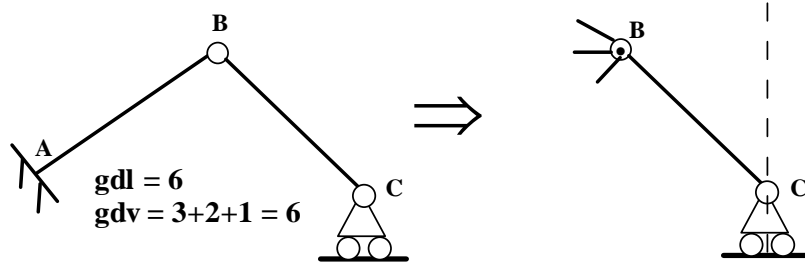
3 aste
 $gdl = 9$
 $gdv = 8$
 ipovincolata

Gradi di libertà e di vincolo di strutture

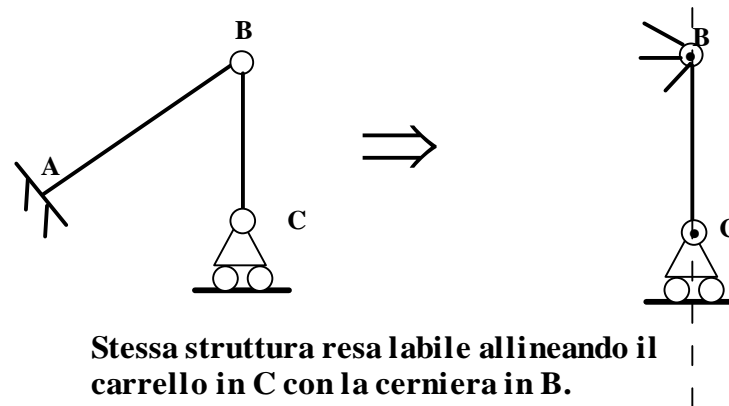


4 aste
gdl = 12
gdv = 11
ipovincolata

Analisi di labilità di strutture iso e iper-vincolate

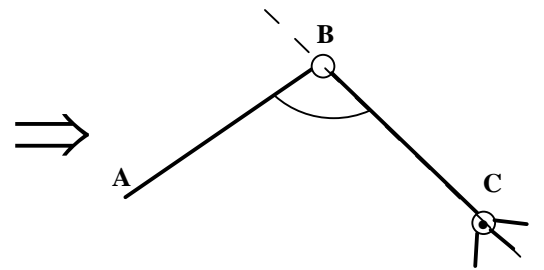
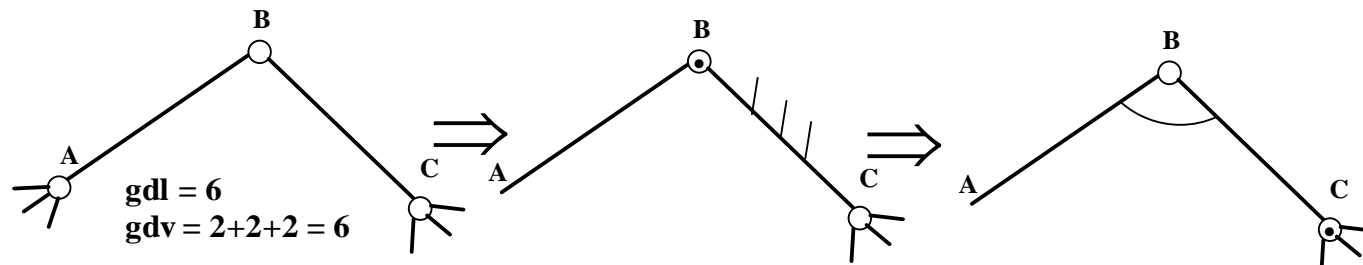


**Il vincolo in A rende l'asta AB solidale col terreno.
Quindi il vincolo interno di cerniera in B può
essere considerato a terra.
L'asta BC è stabile perchè i suoi CIR in B e C non
coincidono.
Struttura isovincolata stabile. Isostatica.**



**Stessa struttura resa labile allineando il
carrello in C con la cerniera in B.**

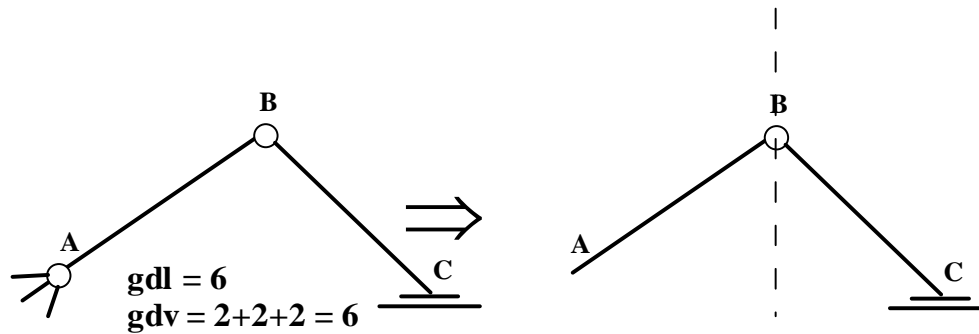
Arco a 3 cerniere



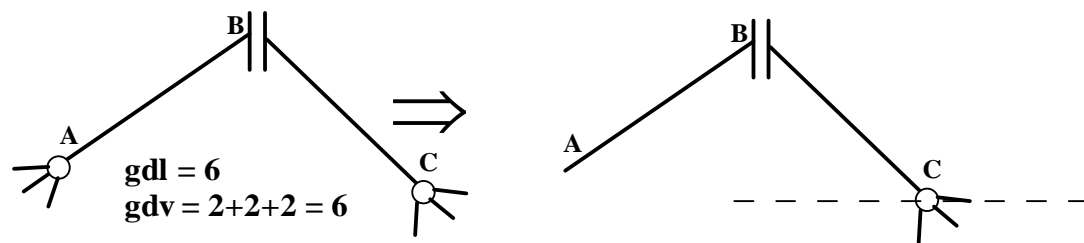
- 4) Il luogo dei CIR per l'asta AB sta sulla retta BC
5) Se il CIR in A non sta sulla retta BC la struttura è labile

Struttura isovincolata stabile.
Isostatica

Altri casi riconducibili all'arco a 3 cerniere

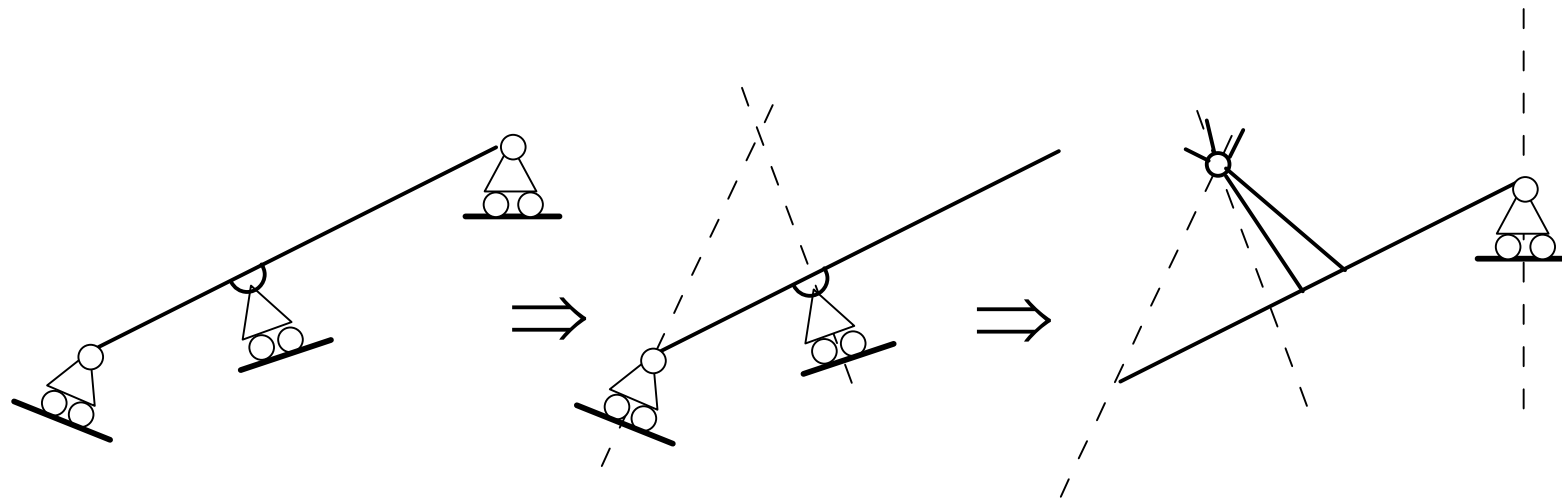


- 1) Liberando il vincolo in A il luogo dei CIR di AB è la retta tratteggiata.
- 2) Se il CIR in A non sta sulla retta tratteggiata, la struttura è stabile

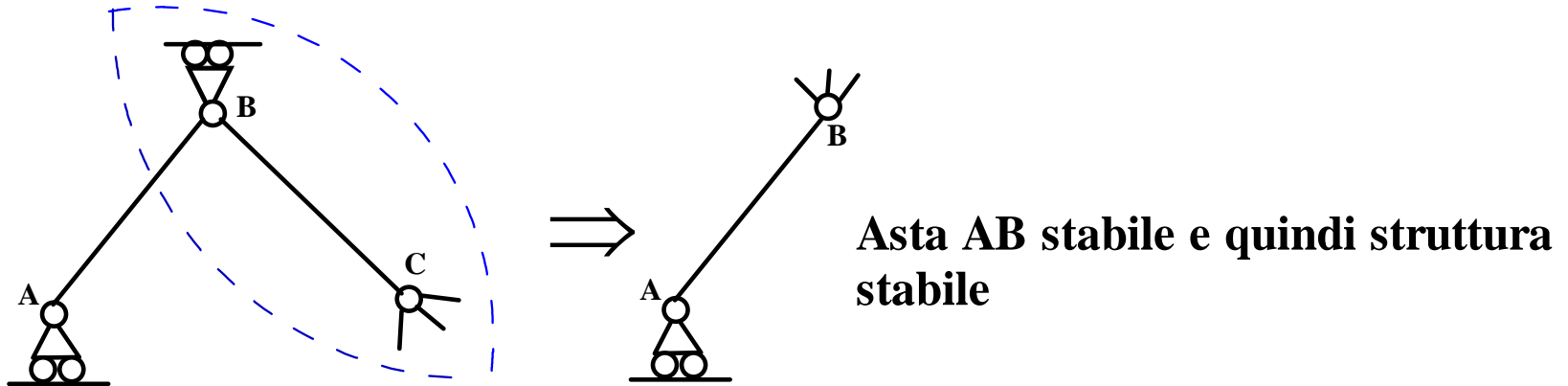


- 1) Liberando il vincolo in A il luogo dei CIR di AB è la retta tratteggiata.
- 2) Se il CIR in A non sta sulla retta tratteggiata, la struttura è stabile

Equivalenza cinematica di vincoli



Sostituzione di parti di struttura con vincoli equivalenti

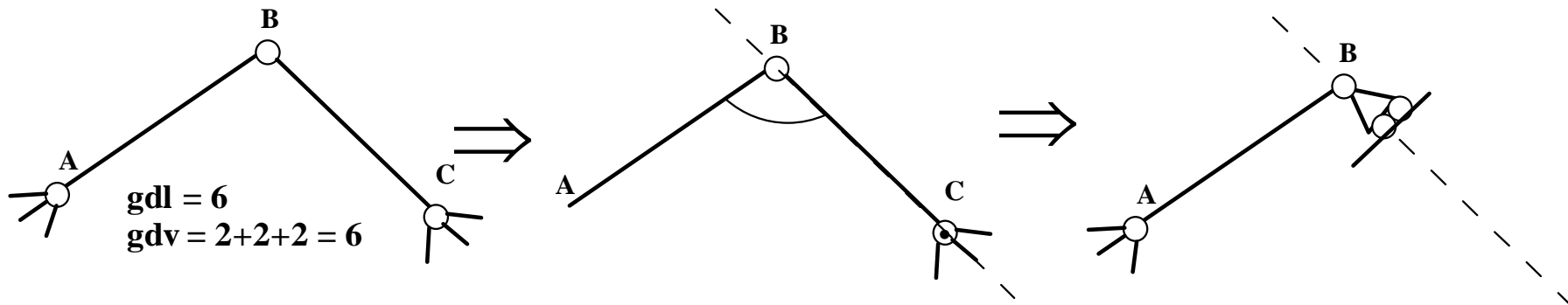
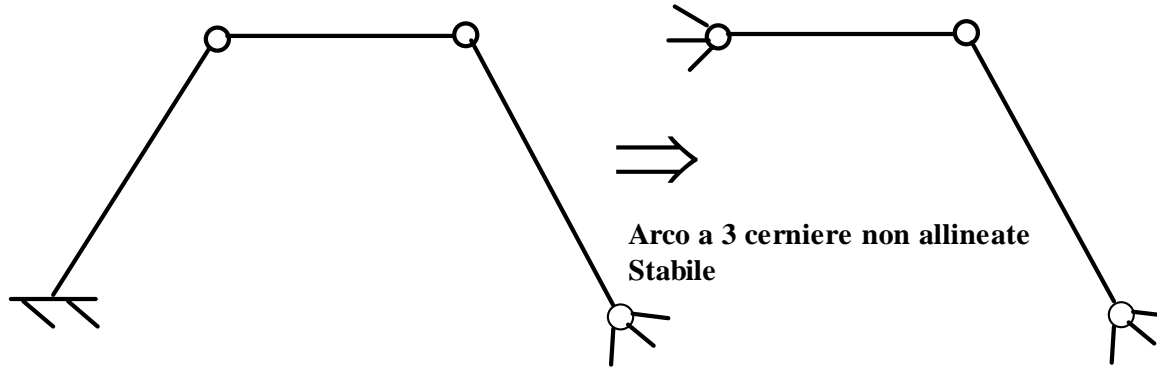


$$\text{gdl} = 6 \quad \text{gdv} = 1+3+2 = 6$$

- 1) Si può isolare una parte della struttura, stabile, e sostituirla con un vincolo equivalente
- 2) Tutta l'asta BC può essere sostituita dal vincolo di cerniera a terra in B

N.B. La parte che si sostituisce deve essere sufficientemente vincolata e stabile a terra

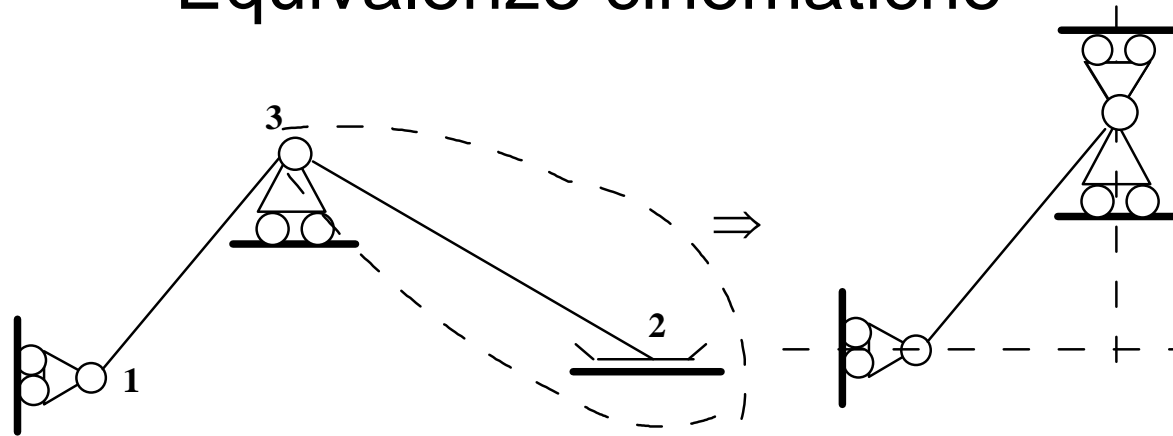
Sostituzione di parti di struttura con vincoli equivalenti



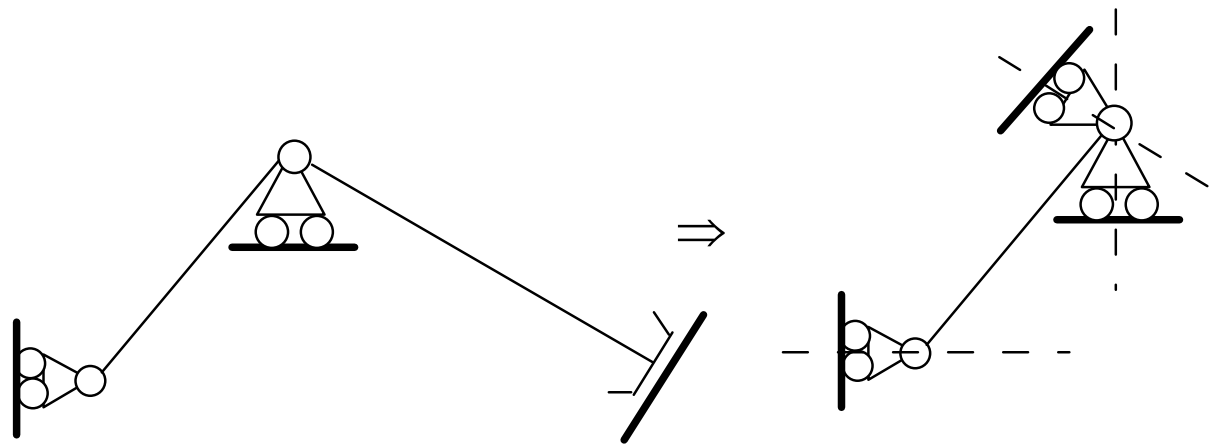
Alcune regole di equivalenza cinematica

- Un'asta con due cerniere agli estremi può essere sostituita con un carrello il cui asse è la retta che congiunge le cerniere. L'asta si chiama biella.
- Più in generale un'asta con due vincoli doppi all'estremità può essere sostituita con un carrello il cui asse è la retta che congiunge i CIR dei due vincoli.
- Due carrelli che collegano un'asta al terreno o due aste fra loro, sono equivalenti ad una cerniera disposta dove i loro assi s'intersecano.

Equivalenze cinematiche

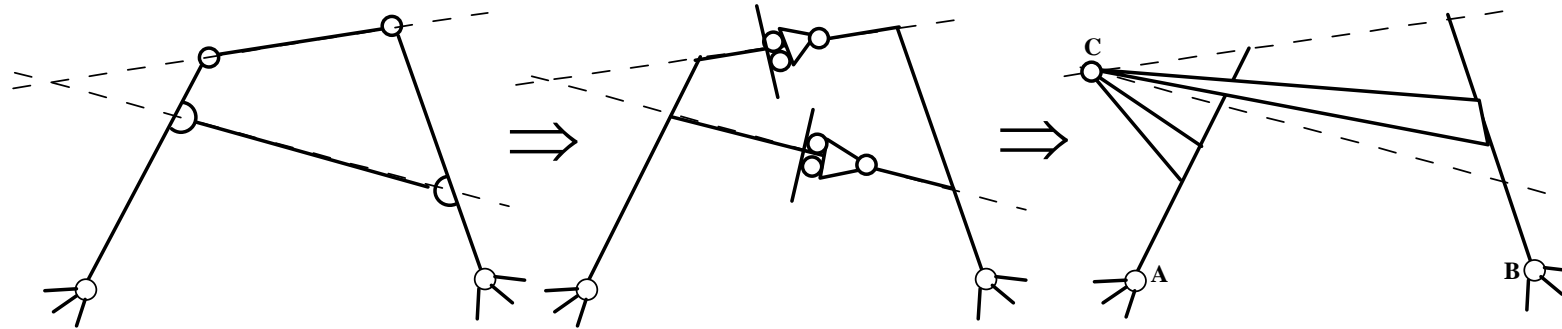


Isovincolata labile



Isovincolata stabile

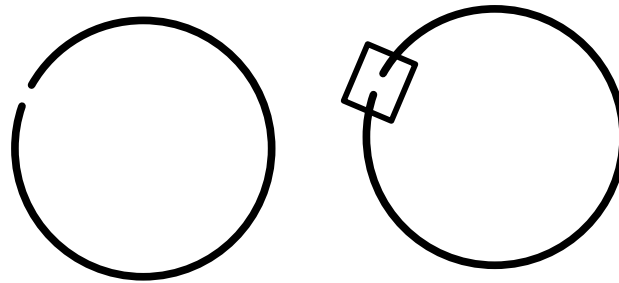
Equivalenze cinematiche nel quadrilatero articolato



Se la cerniera equivalente C risulta allineata con A e B la struttura, ridotta a un arco a 3 cerniere, risulta labile

L'anello chiuso

- Un anello chiuso può pensarsi come un'asta ripiegata su sé stessa i cui lembi vengono saldati fra loro

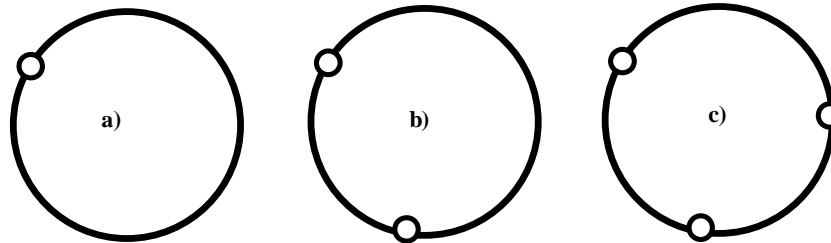


- L'asta chiusa si dice “internamente ipervincolata” e il grado di vincolo in eccesso è 3
- L'interruzione “libera” 3 gradi di libertà e rende l'anello isovincolato internamente

L'anello chiuso

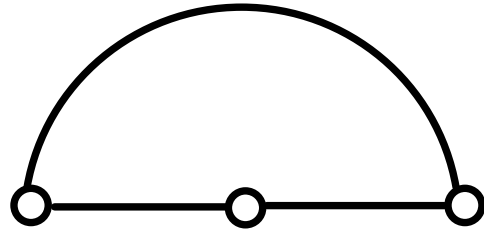
- La cerniera interna “libera” 1 grado di libertà
- Lo stesso fa' il pattino
- Il carrello libera 2 gradi di libertà

- Anelli variamente svincolati internamente

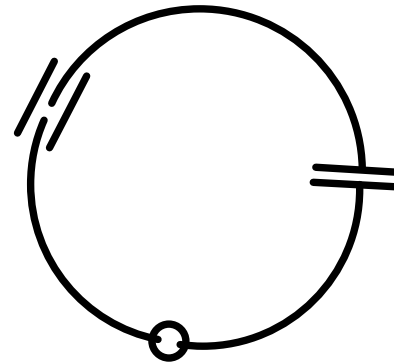


- L'anello a) è svincolato una volta e quindi è ipervincolato 2 volte
- L'anello b) è ipervincolato 1 volta
- L'anello c) è isovincolato

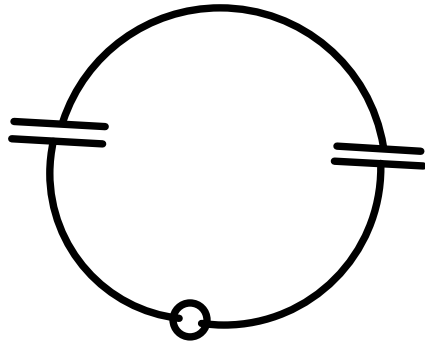
Analisi del grado di vincolo interno e cinematica degli anelli chiusi



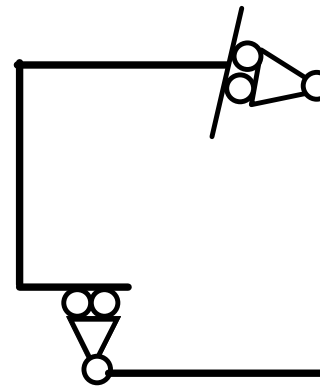
**Anello chiuso isovincolato internamente
labile**



**Anello chiuso isovincolato internamente
stabile**



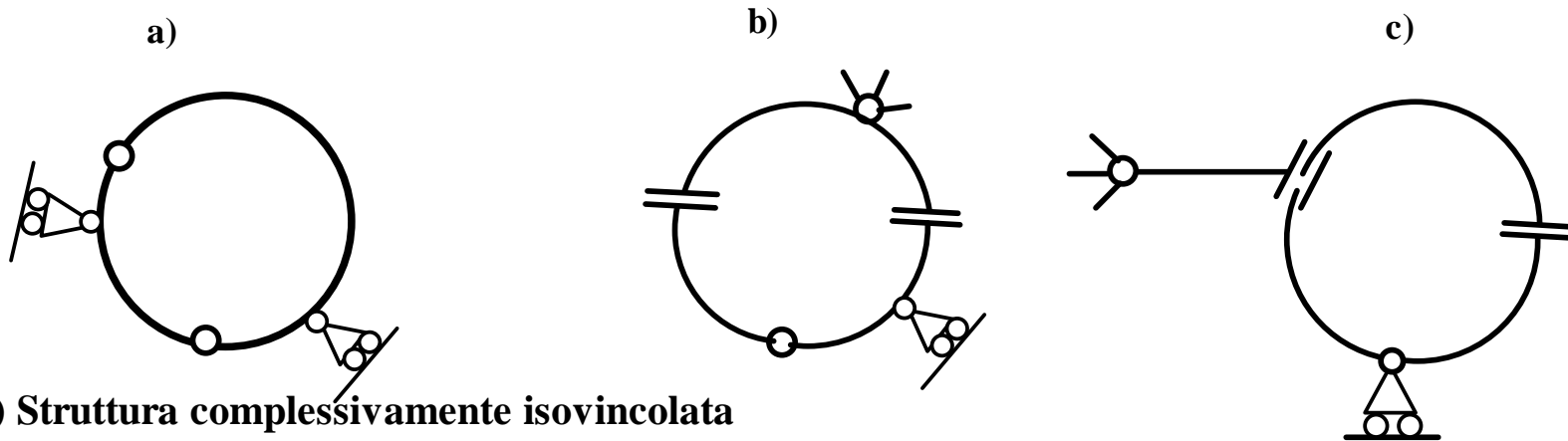
**Anello chiuso isovincolato internamente
labile**



**Anello ipovincolato
internamente labile**

Vincoli esterni per l'anello chiuso

- L'anello chiuso è un corpo rigido e quindi deve avere vincoli esterni che lo colleghino ad altre aste o al terreno



a) Struttura complessivamente isovincolata
L'anello è ipervincolato internamente
I vincoli a terra sono insufficienti
Labile

b) Struttura isovincolata internamente ed esternamente; internamente labile

c) Anello stabile internamente
Vincoli esterni sufficienti