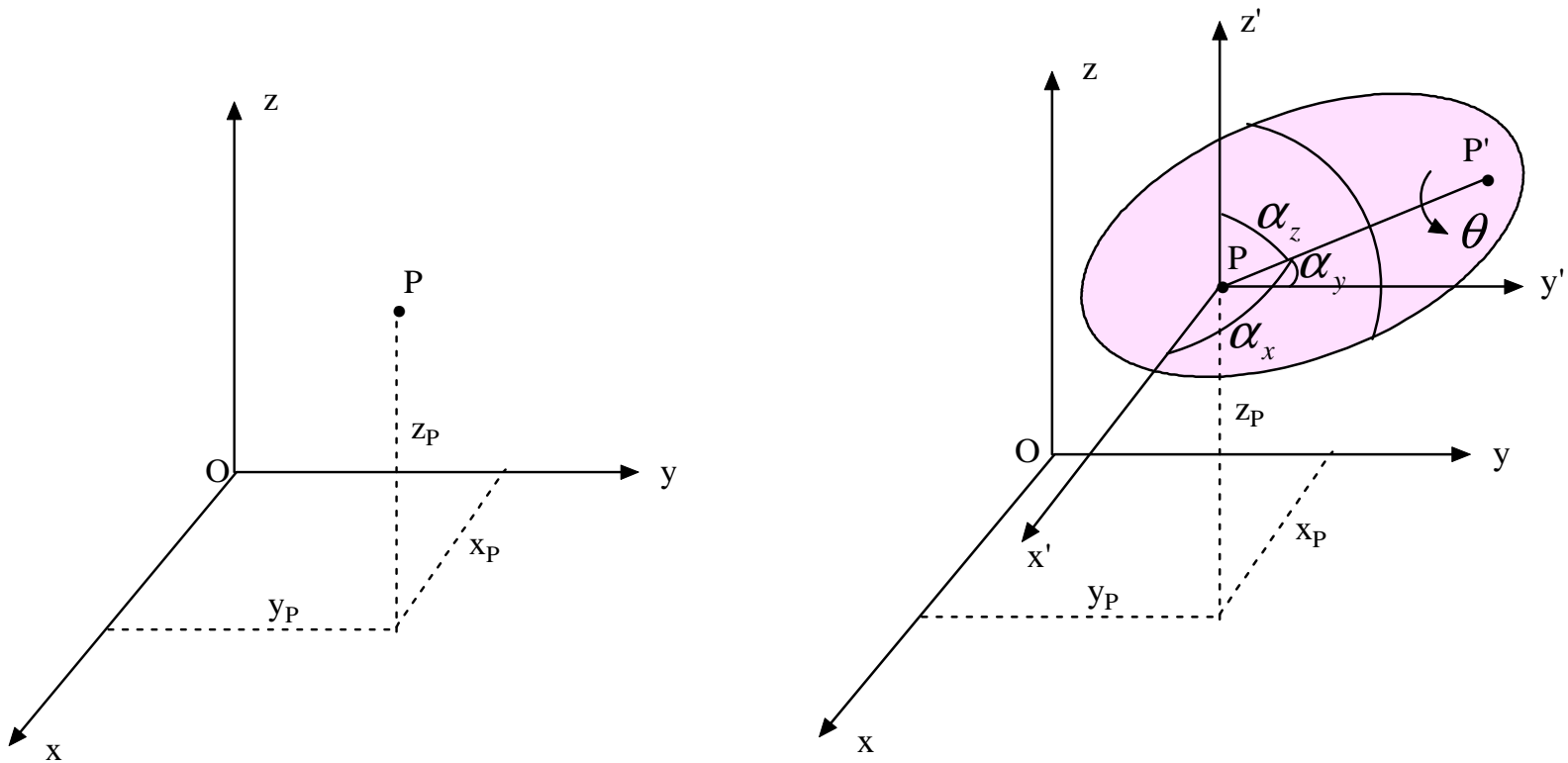


Equilibrio del corpo rigido e vincoli

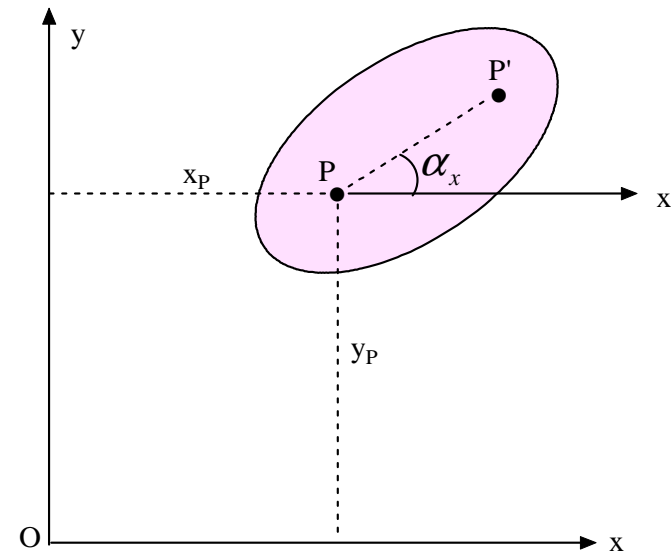
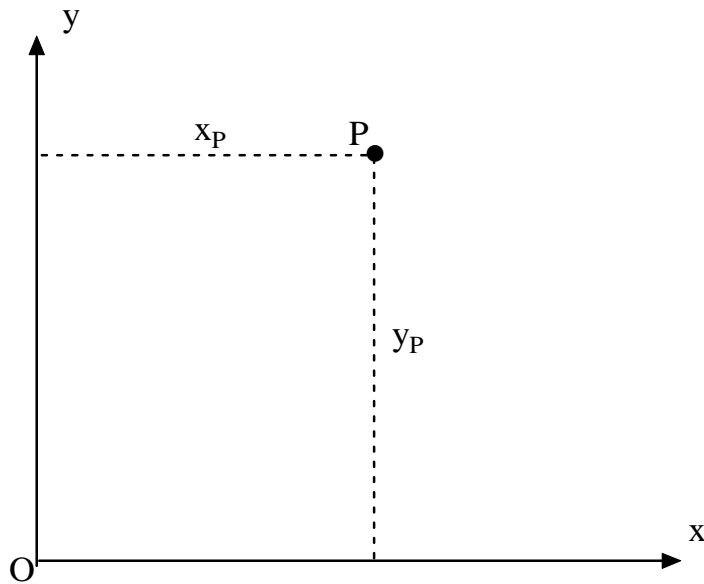
Gradi di libertà nello spazio

Punto materiale e corpo rigido



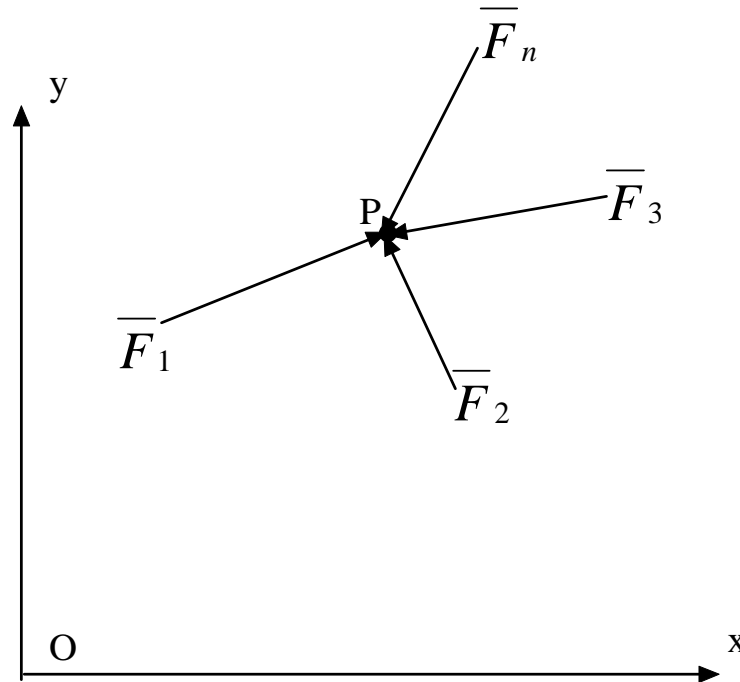
Gradi di libertà nel piano

Punto materiale e corpo rigido



CORPO	GdL nello spazio	GdL nel piano
Punto	3	2
Sistema di n punti	$3n$	$2n$
Corpo solido	6	3

Equilibrio del punto materiale nel piano soggetto a forze



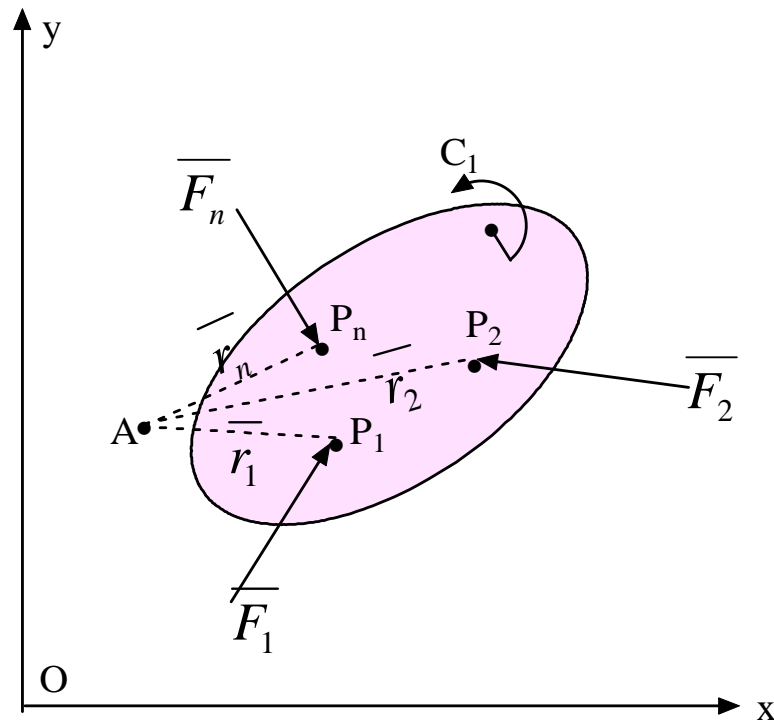
$$\overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \dots + \overline{F}_n = 0$$

⇓

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{cases}$$

Equilibrio del corpo rigido piano soggetto a forze

Equazioni cardinali della statica



$$1) \quad \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \dots + \overline{F}_n = 0$$

⇓

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{cases}$$

$$2) \quad \overline{r}_1 \times \overline{F}_1 + \overline{r}_2 \times \overline{F}_2 + \dots + \overline{r}_n \times \overline{F}_n + \overline{C}_1 + \dots = 0$$

⇓

$$\begin{cases} -(F_{1x}r_{1y} + F_{2x}r_{2y} + \dots + F_{nx}r_{ny}) + \\ (F_{1y}r_{1x} + F_{2y}r_{2x} + \dots + F_{ny}r_{nx}) + C_1 + \dots = 0 \end{cases}$$

Vincoli

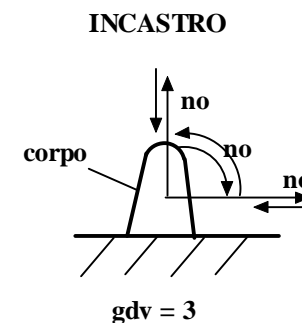
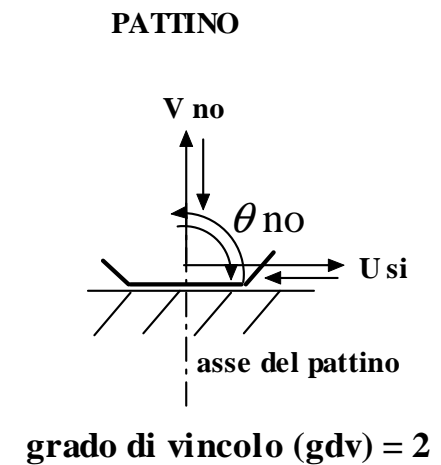
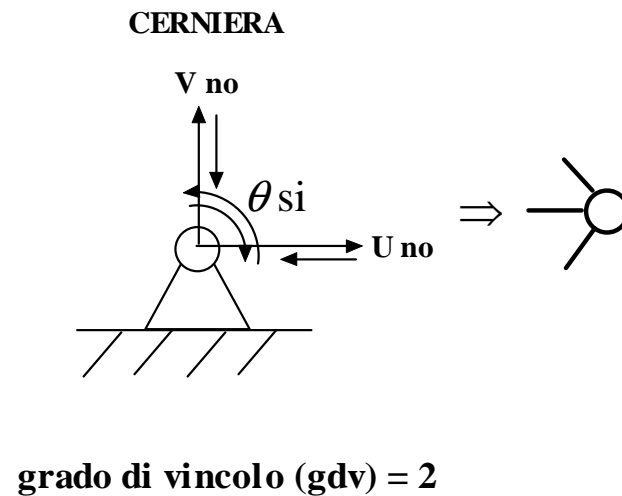
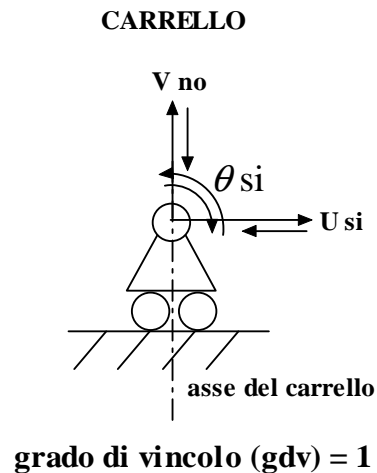
- Il corpo solido qui considerato è un corpo rigido piano, vincolato in modo tale che non abbia alcuna possibilità di movimento
- Per ottenere questo risultato è necessario che il corpo sia vincolato sia internamente (vincoli di rigidità) che all'esterno (vincoli “a terra”)

Vincoli per i punti e per i corpi

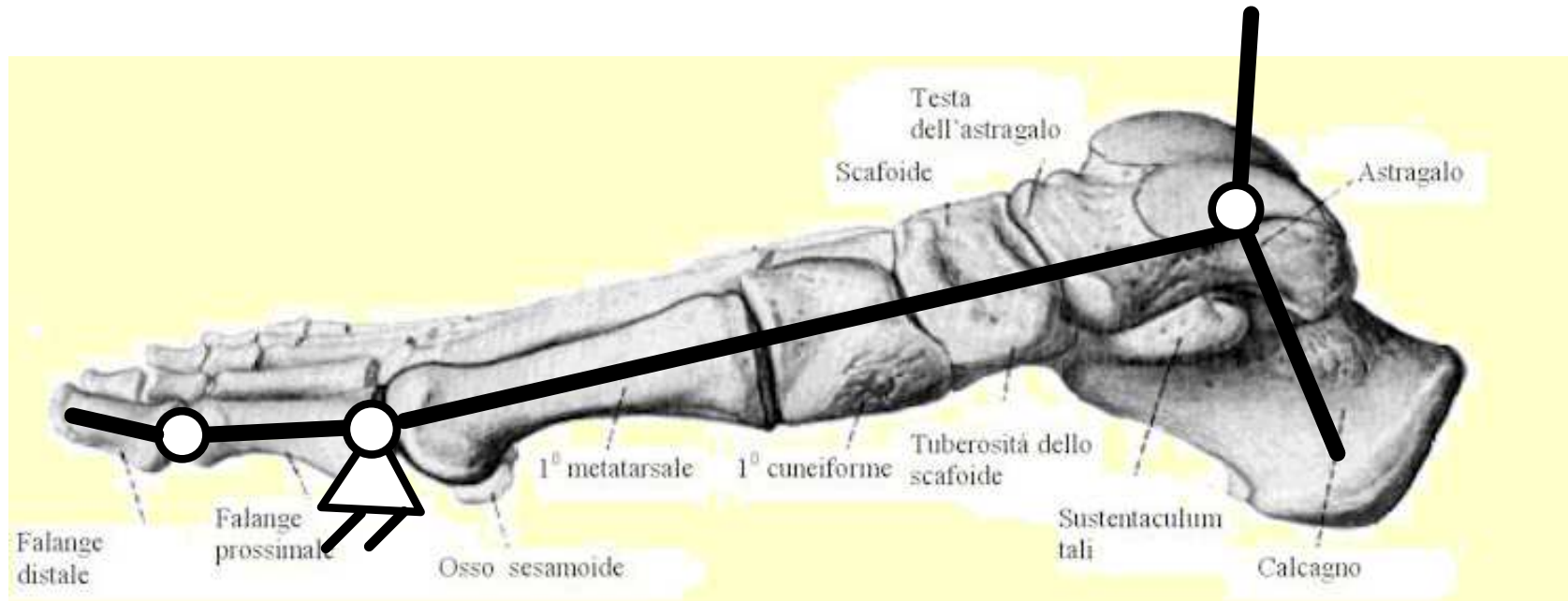
- Un vincolo per il punto è costituito da un legame fra le coordinate del punto. Ad es. se il punto è obbligato a stare sul piano di equazione $z=0$, esso viene indicato come “punto nel piano”
- Se le coordinate del punto sono tutte fissate, il punto non può muoversi.
- Per il corpo solido la condizione di rigidità corrisponde ad infiniti vincoli, rappresentati da equazioni che stabiliscono l'invarianza della distanza fra coppie di punti qualsiasi
- Il corpo rigido piano è poi un corpo rigido in cui una coordinata (per es. z) di un punto qualsiasi rimane sempre invariata
- Normalmente in Meccanica dei Solidi si ha a che fare con corpi rigidi aventi uno o più punti vincolati totalmente o parzialmente.

Vincoli ideali a terra per il corpo rigido piano (Puntiformi, bilateri e privi d'attrito)

- Consideriamo solo i vincoli più comuni
- Classifichiamo i vincoli in relazione ai gradi di libertà inibiti
- Usiamo rappresentazioni schematiche standard

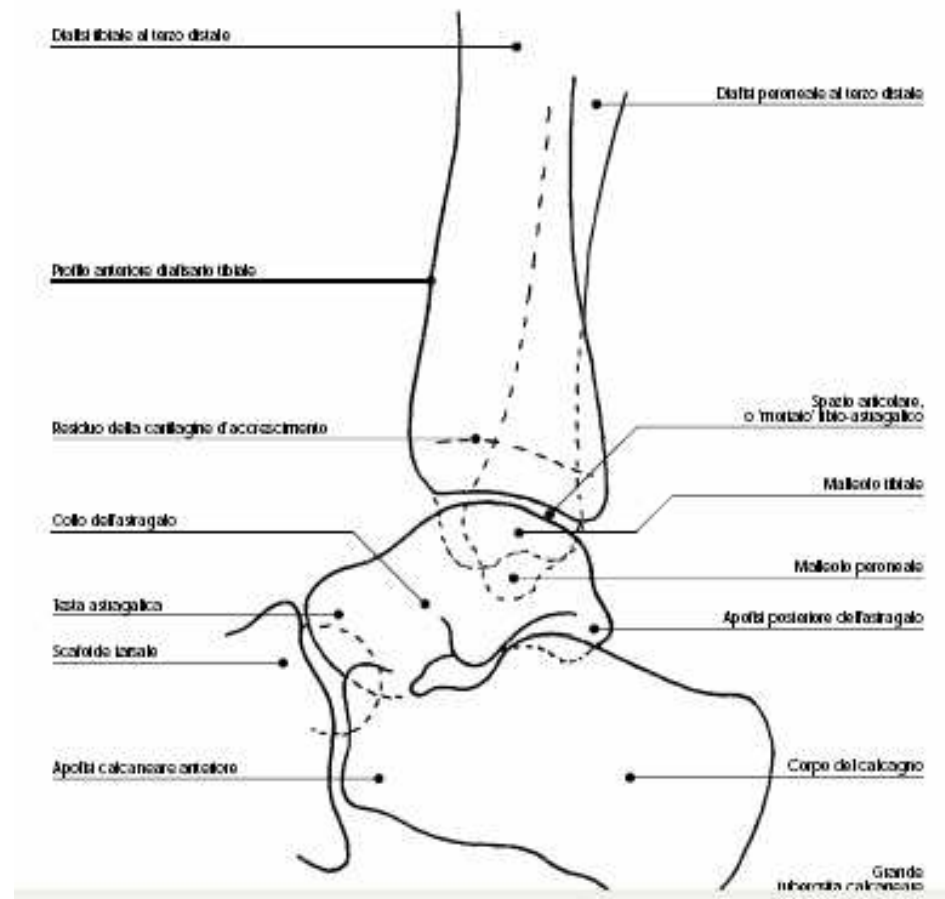


Vincolo a terra del piede



Complessità delle articolazioni del piede

articolazione tibio - tarsica



Bilancio dei vincoli e dei gradi di libertà

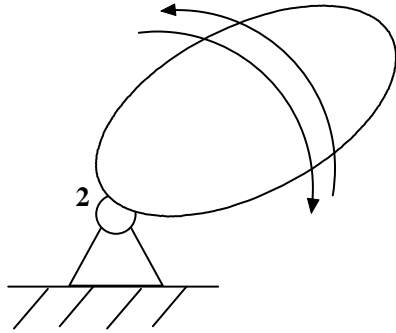
- Il corpo solido piano ha 3 gradi di libertà, cioè $gdl=3$
- Ogni vincolo puntiforme i -esimo a terra introduce un grado di vincolo dipendente dal tipo di vincolo gdv_i
- Il grado di vincolo complessivo gdv è dato dalla somma dei gdv_i

$$gdv = \sum gdv_i$$

Bilancio dei vincoli

- Il corpo rigido piano, avendo 3 gradi di libertà, ha bisogno di un gdv pari almeno a 3 per non potersi muovere.
- Se $gdv < 3$ il corpo si dice ipovincolato. Se $gdv = 3$ il corpo si dice isovincolato. Se $gdv > 3$ il corpo si dice ipervincolato.
- Il corpo ipovincolato ha sempre una possibilità di movimento. Si dice allora labile (non stabile).
- Il corpo iso e iper-vincolato può ancora essere labile.

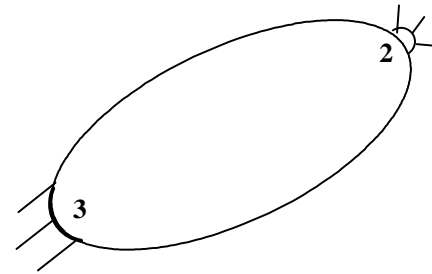
Esempi



1 solo punto vincolato

$$gdv=2$$

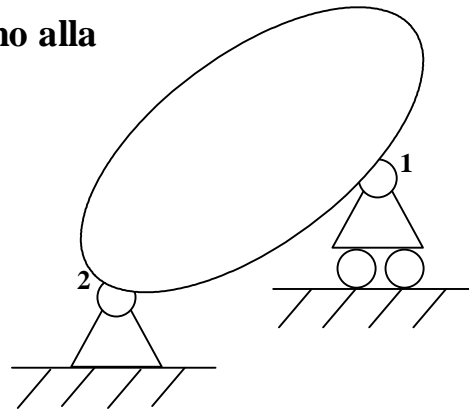
Il corpo può ruotare intorno alla cerniera. Labile.



2 punti vincolati

$$gdv=3+2=5$$

Stabile



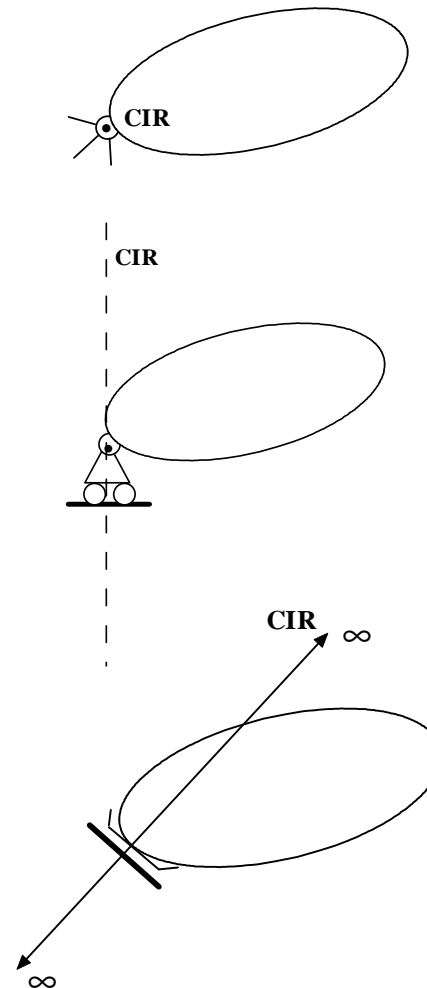
2 punti vincolati

$$gdv=2+1=3$$

Il corpo non può ruotare nè traslare. Stabile.

Centro d'istantanea rotazione (CIR)

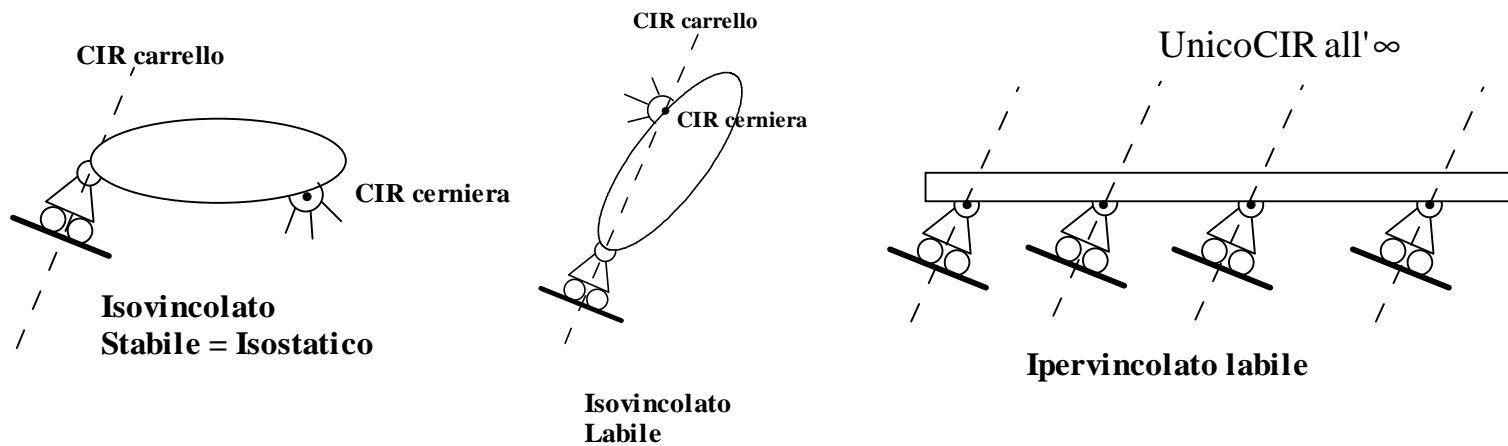
- La cerniera, il carrello e il pattino consentono rotazioni del corpo rigido intorno ad un CIR che è:
- Per la cerniera il centro stesso della cerniera.
- Per il carrello un punto qualsiasi della retta perpendicolare al terreno e passante per lo snodo.
- Per il pattino il punto all' ∞ in direzione perpendicolare al terreno.



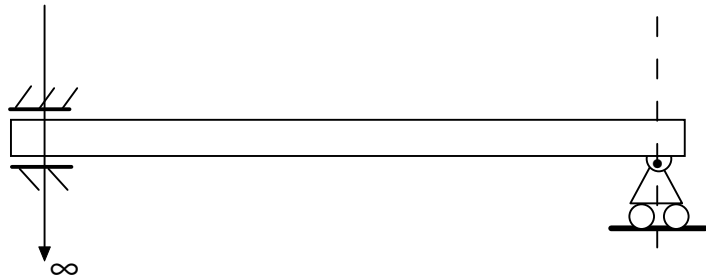
Analisi di labilità per il corpo rigido vincolato

- Il corpo ipovincolato è sempre labile
- Il corpo iso e iper-vincolato è labile se tutti i suoi CIR coincidono
- La presenza di un incastro rende sempre il corpo stabile

Esempi di corpi labili e non labili (stabili)



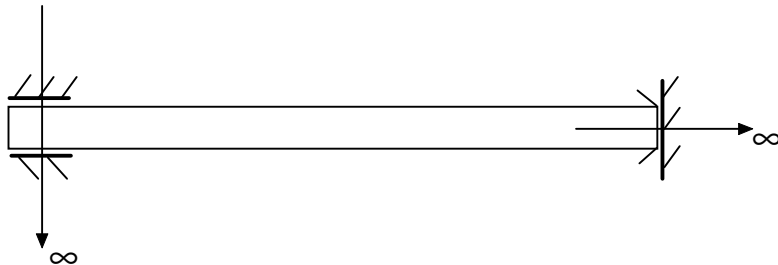
Analisi di labilità per il corpo rigido vincolato



2 punti vincolati con un manicotto e un carrello
Isovincolato $g_{dv} = 3$
Labile



2 punti vincolati con un manicotto e un carrello
Isovincolato $g_{dv} = 3$
Stabile, quindi Isostatico



2 punti vincolati con un manicotto e un pattino
Ipervincolato $g_{dv} = 4$
Stabile. Si dice Iperstatico